

線形代数続論筆答レポート (第二回 2014/07/24)

1. 連立方程式
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 3z = 0 \\ x + 4y - z = 2 \end{cases}$$
 を解け。[5点]

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ。[5点]

3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ とする。[各 5点]

(1) A の固有値とそれに対応する固有空間の基底を求めよ。

(2) $P^{-1}AP$ が A の Jordan 標準形となる行列 P を求め、 A の Jordan 標準形 $P^{-1}AP$ を決定せよ。

4. $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ とする。[各 5点]

(1) B の固有値とそれに対応する固有空間の基底を求めよ。

(2) $P^{-1}BP$ が B の Jordan 標準形となる行列 P を求め、 B の Jordan 標準形 $P^{-1}BP$ を決定せよ。

5. $C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 & 1 \\ -12 & -1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ とする。[各 5点]

(1) C の固有値とそれに対応する固有空間の基底を求めよ。

(2) $P^{-1}CP$ が C の Jordan 標準形となる行列 P を求め、 C の Jordan 標準形 $P^{-1}CP$ を決定せよ。

6. $D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -14 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 15 & 1 \end{pmatrix}$ とする。[各 5点]

(1) D の固有値とそれに対応する固有空間の基底を求めよ。

(2) $P^{-1}DP$ が D の Jordan 標準形となる行列 P を求め、 D の Jordan 標準形 $P^{-1}DP$ を決定せよ。

7. 固有多項式が $f(x) = (x - 3)^5$ である行列 A の Jordan 標準形となりうる行列をすべて列挙せよ。[10点]

[(5点 × 10) + (10点 × 1) = 60点満点]