集合論・中間試験 (2004/11/30)

1. 命題「$\forall r \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, n > r$」を考える。[5 点 × 2]

   (1) この命題を $\forall, \exists$ の記号を用いずに、通常の言葉で記述せよ。($\mathbb{R}, \mathbb{N}, \in$ などの記号は用いてもよい。)

   (2) この命題の否定を $\forall, \exists$ の記号を用いて記述せよ。

2. A, B, C は集合 X の部分集合、P, Q は集合 Y の部分集合とする。A, B などの補集合 A^c, B^c は X で考える。また $f : X \to Y$ を写像とする。ϕ は空集合である。以下のことは正しいか、または正しいとは限らないかを ○ × で解答せよ。[3 点 × 5]

   (1) $\phi \in \phi$

   (2) $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$

   (3) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

   (4) $f(A - B) = f(A) - f(B)$

   (5) $f^{-1}(P - Q) = f^{-1}(P) - f^{-1}(Q)$

3. A, B を集合とする。[5 点 × 2]

   (1) $A \cap B = \phi$ ならば $(A \cup B) - B = A$ であることを示せ。

   (2) $B \subset A$ ならば $(A - B) \cup B = A$ であることを示せ。

4. 写像 $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ で単射ではあるが全射ではないようなものを具体的に一つ作れ。 [5 点]

5. $f : A \to B$, $g : B \to C$ とする。f, g が共に全射であるならば $g \circ f$ も全射であることを示せ。[5 点]

6. $f : A \to B, g : B \to C, h : B \to C$ とする。f が全射であり $g \circ f = h \circ f$ が成り立つならば $g = h$ であることを示せ。[5 点]

数理・自然情報科学科以外の学生 (学籍番号 xxS1xxx 以外の学生) は以下の問題にも解答してよい。(60 点満点になる。) 数理・自然情報科学科の学生は解答しても採点しない。

7. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{2, 3, 4, 6\}$ とする。$(A \cup B) - C$ を求めよ。 [5 点]

8. $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ とするとき A から B への写像をすべて列挙せよ。(写像の書き表し方は意味がはっきりと分かればどんな書き方をしてもよい。)[5 点]