数学者たちの言葉

・ガウス

Disquisitiones Arithmeticae（アリトメチカ研究）の序文より

〈··· 私はそのころ，ある別の研究に没頭していた．ところが，そのような日々の中で，私はゆくりなくあるすばらしいアリトメチカの真理に（in eximiam quandam veritatem arithmeticam）出会ったのである．私はその真理自体にもこのうえもない美しさを感じたが，そればかりではなく，それはなおいっそうすばらしい他の数々の真理とも関連があるように思われた．そこで私は全力を傾けて，その真理が依拠している諸原理を洞察し，厳密な証明を獲得するべく考察を重ねた．やがて私はついに望みどおりの成功をおさめたが，そのころにはこのような研究の魅力にすっかり取り付かれてしまい，もう立ち去ることはできなかった．こうしてひとつの真理はいつももうひとつの真理への道を開くというふうで，この書物のはじめの四つの章で報告されている事柄の大部分は，他の幾何学者たちの類似の研究成果を多少とも目にする前に仕上げられたのである.〉

〈数学は科学の女王であり，数論は数学の女王である.〉Die Mathematik ist die Knigin der Wissenschaften und die Zahlentheorie ist die Knigin der Mathematik.

・デデキント

『連続性と無理数』序文より

〈変動する大きさが一つの固定した極限値に近づくという概念に際して，ことには絶えず増大しながらも，しかもあらゆる限界を超えては増大しないという大きさは，どれでも必ず一つの極限値に近づかなければならないという定理の証明に当って，私は幾何学的な明証に逃げ道を求めていた．いまでも私はこのように幾何学的直観に助けを借りることは，はじめて微分学を教えるのに教育的見地からは非常に有用であり，余り多くの時間を掛けまいとすれば，欠くことのできないものとさえ考えている.〉

〈しかしこのような微分学への導入が科学性を有すると主張できないことは，誰も否定できないであろう．当時私にとってこの不満の感じはおさえ切れないものになったので，その結果私は，無限小解析の原理の純粋に数論的な全く厳密な基礎を見いだすまではいくらでも永く熟考しようと固く決心した.〉

・ヒルベルト

ヒルベルトの第 12 問題

Wie wir sehen, treten in dem eben gekennzeichneten Problem die drei grundlegenden Disziplinen der Mathematik, nämlich Zahlentheorie, Algebra und Funktionentheorie, in die innigste gegenseitige Berührung und ich bin sicher, daß insbesondere die Theo-

rie der analytischen Funktionen mehrerer Variablen eine wesentliche Bereicherung erfahren würde, wenn es gelänge, diejenigen Funktionen aufzufinden und zu diskutieren, die für einen beliebigen algebraischen Zahlkörper die entsprechende Rolle spielen, wie die Exponentialfunktion für den Körper der rationalen Zahlen und die elliptische Modulfunktion für den imaginären quadratischen Zahlkörper.
(ヒルベルト『全論文集』，第 3 巻，313 頁)

Wir müssen wissen, wir werden wissen（われわれは知らねばならない．われわれは知るであろう.）

・オイラー

「方程式の虚根の研究」序文より
〈これらの（代数方程式の）根のすべてが実量になるわけではなく，それらのうちのいくつかが虚量であったり，あるいはまたすべての根が虚量であったりするという事態はごくひんぱんに起る.〉
〈ゼロより大きくなく，ゼロより小さくなく，ゼロに等しくもない量は虚量と呼ばれる.〉

・岩田好算

〈今有如圖以両挟橢圓容元亨利貞四圓只云元圓径若干亨圓径若干利円径若干問得貞圓径術如何（貞円の直径を求める方法はどうか)〉
〈此解義ハ元治元年八月ヨリ慶應二年五月ニ至リ漸ク大成ス紙筆ヲ費ス事少カラス其解中幾乗数ヲ累ネテ本術ヲ得難キ事数々タリ又空数ヲ求ムレバ全象誠ニ空ニシテ本術ヲ得ザル事多端タリ故ニ切磋琢磨ノ巧ヲ積ンデ今本術ヲ得タリ幸甚ノ之後学ノ楷梯ニ備フルナリ〉
（元治元年 =1864 年．慶應 2 年 =1866 年）
〈紙数五十二枚此解ヲ縦覧セントスルモノハ本社来ル可シ（52 枚に及ぶ解を見たいものは東京数学会社を訪問せよ.)〉

・高久守静と吉川孝友の会話

高久〈其算ハ和ナリヤ洋ナリヤ〉(その数学は和算と洋算のどちらなのですか)
吉川〈和算ナリ〉

・岡潔

『研究ノ記録 其ノ六』より 昭和 20 年 12 月 27 日の記事
〈定義が次第に変って行くのは，それが研究の姿である.〉

『春宵十話』「はしがき」より．毎日新聞社，昭和 38 年（1963 年）.
〈人の中心は情緒である．情緒には民族の違いによっていろいろな色調のものがある．たとえば春の野にさまざまな色どりの草花があるようなものである.〉

〈数学とはどういうものかというと，自らの情緒を外に表現することによって作り出す学問芸術の一つであって，知性の文字板に，欧米人が数学と呼んでいる形式に表現するものである.〉

Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables
X　Une mode nouvelle engendrant les domaines pseudoconvexes
（多変数解析関数について X 擬凸状領域を生成する新しい方法）
序文より
Sans entrer dans le détail technique dans cette Introduction, je voudrais faire allusion au sentiment de saisons, propre au peuple japonais depuis le temps lointain, pour expliquer ce que j'éprouve en achevant ce Mémoire.

Il y a une tendance vers l'abstraction dans le progrès des sciences mathématiques d'aujourd'hui. Même dans le champs de notre recherche, les théorèmes sont devenus de plus en plus généraux et quelques-uns sont sortis de l'espace des variables complexes. Je sentis que c'était hiver. J'ai attendu longtemps le retour du printemps et voulu faire quelques études qui le feraient sentir. Le Mémoire actuel n'en est que le premier résultat. (Voir le théorème au No. 6.)

・ラプラス
〈Lisez Euler, Lisez Euler, c'est notre maître à tous〉（オイラーを読め，オイラーを読め．オイラーはわれらすべての師だ.）

・クロネッカー
「最愛の青春の夢」
1880 年 3 月 15 日付のデデキント宛書簡より
〈この数箇月間，私はある研究に立ち返って鋭意心を傾けてきました．この研究が終結にいたるまでには多くの困難が行く手に立ちはだかっていたのですが，今では最後の困難を克服したと信じます．そのことをあなたにお知らせするよい機会と思います．それは私の 最愛の青春の夢（meinen liebsten Jugendtraum）のことです．詳しく申し上げますと，整係数アーベル方程式が円周等分方程式で汲み尽くされるのと同様に，有理数の平方根を伴うアーベル方程式は特異モジュールをもつ楕円関数の変換方程式で汲み尽くされるという事実の証明のことなのです.〉

〈Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk（整数は神の創造物であり，他の数は人間が作ったものである).〉

・アーベル
アーベルの書簡より
アーベルからホルンボエへ．1826 年 12 月（日付不明）.

> ぼくは定規とコンパスを用いてレムニスケートを 2^n+1 個の等しい部分に分けることができることを発見した．ただし，この個数が素数に等しいときのことだが．この分割は次数 $(2^n+1)^2-1$ の方程式に依存しているが，ぼくはその方程式の平方根による完全な解法を見つけたのだ．ぼくはこのことを通じて，同時に，円周の分割に関するガウス氏の理論を覆って働いているあの神秘を見抜いてしまった．

アーベルの書簡より
アーベルからクレルレへ．フライベルクにて．1826 年 3 月 14 日．
有理数を係数にもつ 5 次の可解方程式の根の形状の探索．

$$
\begin{gathered}
x = c + A \cdot a^{\frac{1}{5}} \cdot a_1^{\frac{2}{5}} \cdot a_2^{\frac{4}{5}} \cdot a_3^{\frac{3}{5}} + A_1 \cdot a_1^{\frac{1}{5}} \cdot a_2^{\frac{2}{5}} \cdot a_3^{\frac{4}{5}} \cdot a^{\frac{3}{5}} \\
+ A_2 \cdot a_2^{\frac{1}{5}} \cdot a_3^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{4}{5}} \cdot a_1^{\frac{3}{5}} + A_3 \cdot a_3^{\frac{1}{5}} \cdot a^{\frac{2}{5}} \cdot a_1^{\frac{4}{5}} \cdot a_2^{\frac{3}{5}}
\end{gathered}
$$

ここで，

$$
\begin{aligned}
&a = m + n\sqrt{1+e^2} + \sqrt{h\left(1+e^2+\sqrt{1+e^2}\right)} \\
&a_1 = m - n\sqrt{1+e^2} + \sqrt{h\left(1+e^2-\sqrt{1+e^2}\right)} \\
&a_2 = m + n\sqrt{1+e^2} - \sqrt{h\left(1+e^2+\sqrt{1+e^2}\right)} \\
&a_3 = m - n\sqrt{1+e^2} - \sqrt{h\left(1+e^2-\sqrt{1+e^2}\right)} \\
&A = K + K'a + K''a_2 + K'''aa_2, A_1 = K + K'a_1 + K''a_3 + K'''a_1a_3, \\
&A_2 = K + K'a_2 + K''a + K'''aa_2, A_3 = K + K'a_3 + K''a_1 + K'''a_1a_3.
\end{aligned}
$$

量 $c, h, e, m, n, K, K', K'', K'''$ は有理数である．

・ポアンカレ
『科学と方法』（訳：吉田洋一，岩波文庫）より
〈前世紀の中頃（註．19 世紀の中ごろ）以来，数学者は絶対的厳密に達しようとして次第々々に心を用いるようになった．きわめてもっともな次第であって，この傾向は今後も漸次勢を増して来るであろう．厳密のみが数学の全部ではない．しかし厳密がなければ数学は何の価値もない．厳密でない證明は無にひとしい．何人もこの真理を否定するものはあるまいとわたくしは信ずる．〉

〈当時の数学者は，現今吾々が長たらしい論議によって證明することを暗々に仮定してはゞからなかったが，これは何も彼等がそれに心づかなかったという意味ではない．たゞ彼等はあまり急いだため，深く触れずに通過してしまったのである．その点を詳らかにしようとしたならば，それを明示するだけの労をとらなければならなかったのである．〉
〈人は直観に信頼していた．しかしながら，直観は吾々に厳密性を与えない．さらには確実性さえも与えない．人は次第次第にこのことを悟ってきた．〉

〈この必然的の進化は，如何にして行われたであろうか．人は間もなく，まず定義に厳密性を入れなければ推理に於て厳密性が確立されることは出来ないことを認めるに至ったのである.〉

〈数学者の研究する対象は，長い間不完全に定義されていた．感覚や想像力を以て表現し得るの故を以て，これを知れるものと人は信じていた．しかし，人は単に粗笨な像をもっていたに過ぎず，推理の足がかりとなり得る正確なる観念をもっていなかったのである．論理家がその努力を捧げなければならなかったのは，この点であった．不尽数についてもその通りであった.〉

〈しかしながら，人は数学は何等犠牲を払うことなしに絶対的の厳密性に到達したと信ずるであろうか．決してそうではない．数学は厳密性に於て得るところがあったが，客観性に於て失うところがあった．その完全な純粋性を獲ち得たのは，現実から遠ざかることによってであった．人は，かつては一面に障害物に被われていた数学の領土内を自由に馳駆することができるが，かかる障害は消滅したのではない．ただ国境に移されたに過ぎないのであって，実用の王国に突進するためにこの境界を飛び越えようと欲するならば，あらためてこの障害を征服しなければならないであろう.〉

〈人は，ちぐはぐな要素によって形づくられた朧げな概念をもっていた．その要素の或るものは先天的であり，他のものは多少とも消化された経験から来るものであった．人は直観によってその主要な性質を知ったと信じていたのである．今日では先天的要素のみを残して，経験的要素を除外する．定義の役をするのはその性質のうちの一つであって，他のすべての性質は厳密な推理によってそれから演繹される．これはきわめて結構なことであるが，なお定義となったこの性質が，吾々が朧ろげな直観的概念を引き出した源たる，吾々が経験によって知り得たところの現実の対象に正しく属することを證明する仕事が残っている．これを證明するには，経験に訴えるか或は直観の努力を借りなければならない．もしこれを証明し得なければ，吾々の定理は完全に厳密ではあるが，しかも完全に無益なものとなるであろう.〉

〈吾々が直観に負うところの連続についての朧げな観念は，整数に関する錯雑した一組の不等式に分解されてしまった．微分積分学の基礎を反省するとき，前代の人々をして恐れしめたすべての困難はかくして遂にすべて影を潜めてしまったのである.〉

〈論理は屡々怪物を生み出だす．この半世紀以来，一群の奇怪な函数が現れて，かゝる函数は何かものの役に立つ素直な函数とはできるかぎり似ても似つかぬ函数たらんと努めるかの如き観を示すのを人は見て来た．かゝる函数はもはや連続性をもたない，或はまた，多分に連続性をもっていてしかも導函数をもたない，などという如きものである．その上論理的見地から見れば，もっとも一般な函数とはこれらの変った函数であって，求めずして出会うような普通の函数は，もはや特別の場合に過ぎないかの如くに見える．

かヽる函数には，ただ片隅の小さな場所が残っているのみである.〉

〈かつては新しい函数がつくられるとすれば，それは何か実用上の目的を達するためであった．今日では，人はたヾ先人の推理の謬まりを探し出すために殊更につくり出すのであって，これからは，このこと以外得るところは何ものもないのである.〉

〈連続函数の概念を例にとろう．最初はこれは黒板の上に白墨を以て描いた線たる感覚的の像に過ぎなかった．少しずつこの像は純化され，人はこれを用いて最初の像のすべての特質を再現するところの錯雑した一群の不等式をつくり上げる．すべてが竣工され，あたかも円天井の建築の後の如く人は足場を除去してしまった．今や不用となった支柱たる彼の粗笨な表象は消え失せて，論理家の眼から見て欠点のない建築そのもののみが残る．しかも，もし教師が最初の像に立返ってしばらく足場を再建して見せないならば，生徒は如何なる気紛れによってかヽるすべての不等式が，かヽる風に相重ねて組まれたのかを，如何にして推量し得ようか．定義は論理的には正しい．しかし生徒に真の現実を示しはしないであろう.〉
（「真の現実」の原語は la réalité véritable）

数学者たち

バシェ
Claude Gaspar Bachet de Mziriac
1581 年 10 月 9 日-1638 年 2 月 26 日
デカルト
René Descartes
1596 年 3 月 31 日-1650 年 2 月 11 日
フェルマ
Pierre de Fermat
1607 年の 1 月 31 日と 12 月 6 日の間に生れた.（クラウス・バーナーの調査による.）生誕日の従来の通説は 1601 年 8 月 17 日であった．1665 年 1 月 12 日，没.
ペル
John Pell
1611 年 3 月 1 日-1685 年 12 月 12 日
ライプニッツ
Gottfried Wilhelm von Leibniz
1646 年 7 月 1 日-1716 年 11 月 14 日
ヤコブ・ベルヌーイ

Jacob Bernoulli
1655 年 1 月 6 日-1705 年 8 月 16 日
ロピタル
Guillaume Franois Antoine Marquis de L'Hôpital
1661 年-1704 年 2 月 2 日
ヨハン・ベルヌーイ
Johann Bernoulli
1667 年 7 月 27 日-1748 年 1 月 1 日
ファニャーノ
Giovanni Francesco Fagnano dei Toschi
1715 年 1 月 31 日-1797 年 5 月 14 日
オイラー
Leonhard Euler
1707 年 4 月 15 日-1783 年 9 月 18 日
ラグランジュ
Joseph-Louis Lagrange
1736 年 1 月 25 日-1813 年 4 月 10 日
ルジャンドル
Adrien-Marie Legendre
1752 年 9 月 18 日-1833 年 1 月 10 日
ガウス
Johann Carl Friedrich Gauss
1777 年 4 月 30 日-1855 年 2 月 23 日
アーベル
Niels Henrik Abel
1802 年 8 月 5 日-1829 年 4 月 6 日
ヤコビ
Carl Gustav Jacob Jacobi
1804 年 12 月 10 日-1851 年 2 月 18 日