

線形代数続論・筆答レポート (第二回 2017/07/27)

1. 次のものの定義を書け。[5点：2問正解 3点：1問正解 1点]
(1) エルミート行列 (2) ユニタリ行列 (3) 正規行列

2. 次の連立方程式の解を求めよ。[5点]

$$\begin{cases} x + 2y + z - 2u = 3 \\ -x - 2y - z + 2u = -3 \end{cases}$$

3. 次の行列の逆行列を求めよ。[5点]

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

4. $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -16 & -1 \end{pmatrix}$ とする。[5点 × 2]

- (1) A の固有値を求め、各固有値に対してその固有空間の基底をそれぞれ求めよ。
(2) A の Jordan 標準形と、 $P^{-1}AP$ が Jordan 標準形となる正則行列 P を求めよ。

5. $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -25 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ とする。[5点 × 2]

- (1) A の固有値を求め、各固有値に対してその固有空間の基底をそれぞれ求めよ。
(2) A の Jordan 標準形と、 $P^{-1}AP$ が Jordan 標準形となる正則行列 P を求めよ。

6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ とする。[5点 × 2]

- (1) A の固有値を求め、各固有値に対してその固有空間の基底をそれぞれ求めよ。
(2) A の Jordan 標準形と、 $P^{-1}AP$ が Jordan 標準形となる正則行列 P を求めよ。

7. $A = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 18 & 14 & -2 & -2 \\ 25 & 23 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ とする。[5点 × 2]

- (1) A の固有値を求め、各固有値に対してその固有空間の基底をそれぞれ求めよ。
(2) A の Jordan 標準形と、 $P^{-1}AP$ が Jordan 標準形となる正則行列 P を求めよ。

8. 4次正方行列 A が $A^2 = A$ をみたすとき、 A の Jordan 標準形の可能性をすべて答えよ。(答のみでよい。)[5点]

9. A を実対称行列とする。 λ, μ を A の相異なる固有値とし \mathbf{x}, \mathbf{y} をそれぞれ λ, μ に対応する固有ベクトルとする。このとき \mathbf{x} と \mathbf{y} は直交することを示せ。[5点]

[5点 × 13 = 65点満点]