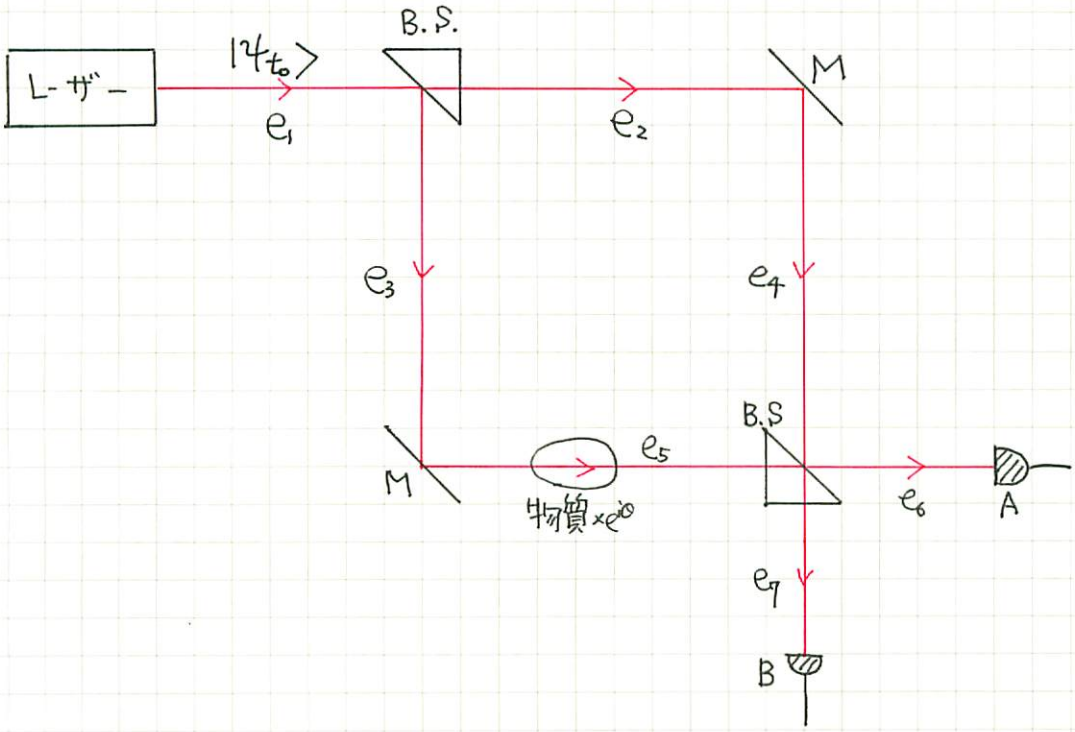
2014/6/~~28~~30

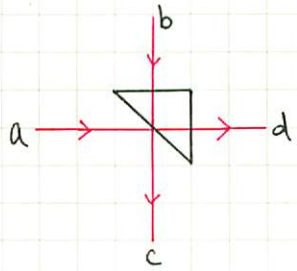
①

レーザー干渉計と状態空間.



M: ミラー, 反射した光は半波長ずれる. (−1倍)

B.S. : ビームスプリッター. 50%, 50% で光を透過, 反射する。



左図のように B.S. が光を変化させるとき, その作用は

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}$$

と表わされる。確率保存より, U はユニタリでなければならない.

また, $b=0$ のとき, $|c| = |d|$ でないといけない. (∵ 50%の透過率). $\Rightarrow |u_{11}| = |u_{21}|$

同様に $|u_{12}| = |u_{22}|$. この場合の U の一般形は $U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\mu} & e^{i(\mu+\eta)} \\ e^{i\nu} & -e^{i(\nu+\eta)} \end{pmatrix}$ である。

$\mu, \nu, \eta \in \mathbb{R}$ は B.S. の性質から決まるが, 今は

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

となるようになっているものとする。

⑪ 全系の Hilbert 空間 $= \mathcal{H} \otimes \mathbb{C}^7$

光の状態空間　　位置(経路)

2014/6/30

②

<u>光の状態の変化</u>

$$|\psi_{t_0}\rangle \otimes e_1 \longrightarrow |\psi_{t_1}\rangle \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}} e_2 + \frac{i}{\sqrt{2}} e_3\right)$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} |\psi_{t_2}\rangle \otimes \left\{ -e_4 - i\, e^{i\theta} e_5 \right\}$$

$$\longrightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} |\psi_{t_3}\rangle \otimes \left\{ \frac{i}{\sqrt{2}} e_6 + \frac{1}{\sqrt{2}} e_7 + i\, e^{i\theta} \left(\frac{i}{\sqrt{2}} e_7 + \frac{1}{\sqrt{2}} e_6 \right) \right\}$$

$$= -\frac{i}{2}(1+e^{i\theta})\, |\psi_{t_3}\rangle \otimes e_6 + \frac{1}{2}(-1+e^{i\theta})\, |\psi_{t_3}\rangle \otimes e_7.$$

ここで, $|\psi_{t_3}|$ は $|\psi_{t_0}\rangle$ の時間発展.

<u>光の強度</u>

装置 A でのビームの強さは $C_1(\theta) := \left| -\frac{i}{2}(1+e^{i\theta}) \right|^2 = \frac{1+\cos\theta}{2}$

〃 B 〃 $C_2(\theta) := \left| \frac{1}{2}(-1+e^{i\theta}) \right|^2 = \frac{1-\cos\theta}{2}$

- $C_1(\theta) + C_2(\theta) = 1$ であり, $\theta = 0$ なら $C_1(\theta) = 1$, $C_2(\theta) = 0$.

状態空間

単色（振動数 ν だけ）で一方向を向いた 1光子の状態空間は $\mathbb{C}$. なので、

一方向の単色光の状態空間は（偏光成分を考えなければ）.

$$\mathcal{H} = \mathcal{F}_b(\mathbb{C}) := \bigoplus_{n=0}^{\infty} \bigotimes_{sym}^{n} \mathbb{C} \simeq L^2(\mathbb{R})$$

↑ 調和振動子で対応させる。

コヒーレント光

$$|\alpha\rangle := C \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \qquad |n\rangle \in \bigotimes_{sym}^{n} \mathbb{C} \simeq \mathbb{C} \quad (\text{単位ベクトル}), \quad \alpha \in \mathbb{C}$$

をコヒーレント状態という。 C は規格化定数.

光のハミルトニアンを $H = \hbar\omega a^* a = h\nu a^* a$ とすると

$$e^{-itH/\hbar} |\alpha\rangle = C \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-it\omega n} |n\rangle = |e^{-it\omega}\alpha\rangle$$

なってコヒーレント状態の時間発展はまたコヒーレント状態.

より精密な状態空間

上の実験での全系の状態のヒルベルト空間は本当は

$$\mathcal{H}_{Total} := \mathcal{F}_b(\mathbb{C}^7) \simeq \bigotimes^{7} \mathcal{F}_b(\mathbb{C})$$

である。 7つのうち6つを真空 $\Omega = (1, 0, 0, \cdots)$ とみなすことで、$\mathcal{H}$ は $\mathcal{H}_{Total}$ の部分空間であると考えることができる。