Reduction of equivariant gerbes with connection

五味 清紀
東京大学大学院数理科学研究科

§ Introduction

話したいこと

Lie群Gが作用する多様体M上に，G同変な接続つきbundle gerbeが与えられたとき，M/G上の接続つきbundle gerbeを構成する方法.

同変な接続つきbundle gerbeの簡約(reduction)を動機付けるために，まず同変な接続つき円周束の場合を復習する.

$\boxed{\text{同変な接続つき円周束}}$

$$\begin{tikzcd} & (P,\theta) \arrow[d, "\pi"] \\ G \arrow[ur, bend left] \arrow[r, bend right] & M \end{tikzcd}$$

同変な接続つき円周束

$\Rightarrow$ moment map $\mu : M \to \mathfrak{g}^*$

$$\boxed{\mu_X(x) := \frac{-1}{2\pi\sqrt{-1}}\theta(p; X_p^*)}$$

$$\left(p \in \pi^{-1}(x),\ X_p^* = \frac{d}{dt}\Big|_{t=0} e^{tX} \cdot p\right)$$

$$d\mu_X - \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\iota_{X^*}F_\theta = 0, \quad g^*\mu = \mathrm{Ad}_g\mu$$

同変な接続つき円周束の簡約

Lie群Gが多様体Mに作用しているとする.

<u>仮定</u>

1. GのMへの作用は自由で局所的に自明.
2. M/Gは$q : M \to M/G$がsmoothになるように多様体の構造が入る.

命題 1. (P, θ) : M上の同変な接続つき円周束

(a) M/G上の接続つき円周束$(\bar{P}, \bar{\theta})$であってqで引き戻したものが(P, θ)に同変に同型であるものが存在する.

$$\Updownarrow$$

$$\mu \equiv 0$$

(b) 上のような$(\bar{P}, \bar{\theta})$の同型類は一意.

$\because$) $\bar{P} := P/G$とするとθから$\bar{\theta}$が定まる.

(P, θ) から <u>できるだけ自然に</u> $(\bar{P}, \bar{\theta})$ を構成することを「簡約 (reduction)」と呼ぶ.

円周束と bundle gerbe

円周束

・同型類全体は，$H^2(M,\mathbb{Z})$ と対応する．

・接続が与えられると，曲率 (2-form) が定まる．

Bundle gerbe ▪ [M. K. Murray (1994)]

・同型類全体は，$H^3(M,\mathbb{Z})$ と対応する．

・“接続” が与えられると “曲率” (3-form) が定まる．

Gerbe	▪	カテゴリーの層 (Giraud, Brylinski)
$\updownarrow$		
Bundle gerbe	▪	扱いやすい

同変な接続つき gerbe の場合

仮定

1. G の M への作用は自由で局所的に自明.
2. M/G は $q : M \to M/G$ が smooth になるように多様体の構造が入る.

定理 2 (G). $(\mathcal{G}, \nabla, f)$: M 上の同変な接続つき *bundle gerbe*

(a) M/G 上の接続つき *bundle gerbe* $(\bar{\mathcal{G}}, \bar{\nabla}, \bar{f})$ であって q で引き戻したものが $(\mathcal{G}, \nabla, f)$ に同変に安定同値なものが存在する.

$$\Updownarrow$$

あるコホモロジー類が消える.

(b) 上のような $(\bar{\mathcal{G}}, \bar{\nabla}, \bar{f})$ の安定同値類は一般に一意ではない.

同変な接続つき bundle gerbe の簡約を具体的に説明する.

§Bundle gerbe

§同変 bundle gerbe の簡約

§Bundle gerbe の接続

§同変な接続つき bundle gerbe の簡約

§ Bundle gerbe

$\boxed{\text{定義の準備}}$

$$\begin{cases} M,\ Y & \text{滑らかな多様体(1の分割を持つ)} \\ \pi : Y \to M & \text{局所的に断面を持つ上への沈め込み} \end{cases}$$

<u>例</u>

(1) fibration $\pi : Y \to M$

(2) Mの開被覆$\mathfrak{U} = \{U_\alpha\}$に対して$Y := \sqcup_\alpha U_\alpha$

$$\begin{cases} Y^{[p]} := \{(y_1, \ldots, y_p) |\ \pi(y_1) = \cdots = \pi(y_p)\} \\ \pi_i : Y^{[p]} \to Y^{[p-1]} \quad (i\text{番目をとばす}) \\ \delta := \sum_{i=1}^{p} (-1)^{i-1} \pi_i^* :\ A^q(Y^{[p]}) \to A^q(Y^{[p+1]}) \end{cases}$$

$$M \xleftarrow{\pi} Y \underset{\pi_2}{\overset{\pi_1}{\leftleftarrows}} Y^{[2]} \Leftleftarrows Y^{[3]} \Lleftarrow Y^{[4]} \ldots$$

$\rightsquigarrow \delta\delta = 0$

補題 1 (Murray). 次は完全系列 $(q \geq 0)$.

$$0 \longrightarrow A^q(M) \xrightarrow{\pi^*} A^q(Y) \xrightarrow{\delta} A^q(Y^{[2]}) \xrightarrow{\delta} \cdots$$

Bundle gerbeの定義

定義 1. $\mathcal{G} = (Y, P, s)$ が M 上の bundle gerbe

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \quad \pi : Y \to M & \text{局所的に断面を持つ上への沈め込み} \\ (2) \quad P \to Y^{[2]} & \text{円周束} \\ (3) \quad s : Y^{[3]} \to \delta P & \text{断面} \\ (4) \quad \delta s = 1 & \end{cases}$$

$$\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift right] \arrow[d, shift left] & \mathbf{1} \arrow[d, shift right] \arrow[d, shift left] \\
Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[l, shift right=2] \arrow[l, shift left=2] & Y^{[4]} \arrow[l, shift right=3] \arrow[l, shift left=3] \arrow[l, shift right=1] \arrow[l, shift left=1] \arrow[u, bend left, "\delta s = 1"] \\
M & & &
\end{tikzcd}$$

$$\left(\begin{array}{l} \delta P := \pi_1^* P \otimes \pi_2^* P^{\otimes -1} \otimes \pi_3^* P, \\ \delta\delta P \cong \mathbf{1} \\ \delta s := \pi_1^* s \otimes \pi_2^* s^{\otimes -1} \otimes \pi_3^* s \otimes \pi_4^* s^{\otimes -1} \end{array} \right)$$

Bundle gerbeの分類

命題 3 (Murray-Stevenson).

$\{M$上の *bundle gerbe*$\}$/安定同値 $\cong H^3(M,\mathbb{Z})$

Bundle gerbe $\mathcal{G}$ を分類するコホモロジー類
$=$ Dixmier-Douady類 $\delta(\mathcal{G}) \in H^3(M,\mathbb{Z})$

<u>$\delta(\mathcal{G})$の作り方</u>

$\mathfrak{U} = \{U_\alpha\}$ Mの良い開被覆
$\{\psi_\alpha : U_\alpha \to Y|_{U_\alpha}\}$ 局所断面

$$\begin{tikzcd} & P \arrow[d] \\ U_\alpha \cap U_\beta \arrow[ur, dashed, "\sigma_{\alpha\beta}"] \arrow[r, "(\psi_\alpha,\psi_\beta)"'] & Y^{[2]} \end{tikzcd}$$

$$\boxed{\sigma_{\alpha\beta} \otimes \sigma_{\beta\gamma} \otimes \sigma_{\gamma\alpha} = (\psi_\alpha, \psi_\beta, \psi_\gamma)^* s \ z_{\alpha\beta\gamma}}$$

$$[(z_{\alpha\beta\gamma})] \in H^2(\mathfrak{U}, \underline{S}^1) \cong H^3(M,\mathbb{Z})$$

$\boxed{\text{Remark}}$

$\pi : Y \to M$ 局所的に断面を持つ上への沈め込み

$$\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift left] \arrow[d, shift right] \arrow[d, bend left, "s"] & \mathbf{1} \arrow[d, shift left] \arrow[d, shift right] \arrow[d, bend left, "\delta s=1"] \\
Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[l, shift right=2] \arrow[l, shift left=2] & Y^{[4]} \arrow[l, shift right=3] \arrow[l, shift left=3] \arrow[l, shift right=1] \arrow[l, shift left=1] \\
M &
\end{tikzcd}$$

$\cdots$ bundle gerbe

$$\begin{tikzcd}
P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift left] \arrow[d, shift right] \arrow[d, bend left, "s"] & \mathbf{1} \arrow[d, shift left] \arrow[d, shift right] \arrow[d, bend left, "\delta s=1"] \\
Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \\
M &
\end{tikzcd}$$

$\cdots$ これは、M 上の円周束と一対一に対応する

Bundle gerbeの例(lifting bundle gerbe)

$$\begin{cases} K & \text{コンパクトLie群} \\ LK & K\text{の(自由)ループ群} \\ \widehat{LK} & LK\text{の}S^1\text{による中心拡大} \\ Y \to M & \text{主}LK\text{束} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \widehat{LK} \\ \downarrow S^1 \\ \tau : Y^{[2]} \longrightarrow LK, \end{array} \qquad y_1 \cdot \tau(y_1, y_2) = y_2$$

$P := \tau^* \widehat{LK}$ とおくと, $\widehat{LK}$ の積構造から断面 $s : Y^{[3]} \to \delta P$ が定まり, $\mathcal{G} = (Y, P, s)$ は bundle gerbeになる.

$$\delta(\mathcal{G}) = \text{string class (Killingback)}$$

§ 同変bundle gerbeの簡約

$\boxed{\text{同変bundle gerbe}}$

Lie群Gが多様体Mに作用しているとする.

定義 2. $\mathcal{G} = (Y, P, s)$が同変

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) & \pi : Y \to M & G\text{同変} \\ (2) & P \to Y^{[2]} & G\text{同変} \\ (3) & s : Y^{[3]} \to \delta P & G\text{不変} \end{cases}$$

$$\begin{tikzcd}
 & & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift right] & \mathbf{1} \arrow[d, shift right] \\
 & Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "s"'] & Y^{[4]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "\delta s=1"'] \\
G \arrow[uuurr, bend left] \arrow[uurr, bend left] \arrow[ur, bend left] \arrow[r, bend left] & M & & &
\end{tikzcd}$$

注意. 上の定義は, 一般の同変bundle gerbeの定義の特別な場合である. (強同変bundle gerbe)

同変bundle gerbeの簡約

$\mathcal{G} = (Y, P, s) \cdots$ M上のG同変bundle gerbe

<u>仮定</u>

1. GのMへの作用は自由で局所的に自明.
2. M/Gは$q : M \to M/G$がsmoothになるように多様体の構造が入る.
3. さらにYも同様の性質を持つ.

命題 4. M/G上の *bundle gerbe* $\bar{\mathcal{G}}$であって, $q^*\bar{\mathcal{G}}$が$\mathcal{G}$に同変に安定同値なものが存在する.
*(*このような$\bar{\mathcal{G}}$は安定同値を除いて一つ.*)*

$$
\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift left] \arrow[dr, dashed] \arrow[drr, dashed] & & \\
Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "s"'] \arrow[dl, dashed] \arrow[dll, dashed] & P/G \arrow[d] & \delta P/G \arrow[d, shift left] \arrow[dl, dashed] \arrow[dll, dashed] \\
M \arrow[dr, dashed] & & Y/G \arrow[d] & Y^{[2]}/G \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]}/G \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "\bar{s}"'] \\
 & & M/G & &
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{cases}
\bar{Y} := Y/G \\
\bar{P} := P/G \\
\bar{s} \in \Gamma(\bar{Y}^{[3]}, \delta\bar{P}) \quad \Rightarrow \bar{\mathcal{G}} = (\bar{Y}, \bar{P}, \bar{s}) \\
\updownarrow \qquad\qquad || \\
s \in \Gamma(Y^{[3]}, \delta P)^G
\end{cases}
$$

§ Bundle gerbeの接続

定義 3. $\mathcal{G} = (Y, P, s)$: M 上の bundle gerbe

$\mathcal{G}$ の接続 ∇ $\quad\Leftrightarrow\quad$ P の接続 $\nabla \in \sqrt{-1}A^1(P)$
$$s^*(\delta\nabla) = 0$$

∇ の curving f $\quad\Leftrightarrow\quad$ 2 形式 $f \in A^2(Y)$
$$\delta f = \frac{-1}{2\pi\sqrt{-1}}F(\nabla)$$

$$\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift right] & \mathbf{1} \arrow[d, shift right] \\
Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "s"'] & Y^{[4]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "\delta s=1"'] \\
M & & &
\end{tikzcd}$$

注意

(1) ∇ や f は存在するが, 一意ではない.

(2) $\exists!\Omega \in A^3(M), \pi^*\Omega = df$

$\cdots$ 3-curvature

同変bundle gerbeの接続

定義 4. $\mathcal{G} = (Y, P, s) \cdots$ 同変bundle gerbe

(a) $\mathcal{G}$の接続∇がG不変

$\Leftrightarrow$ 円周束の接続としてG不変

(b) ∇のcurving fがG不変

$\Leftrightarrow$ 2形式としてG不変

$$
\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift right] & \mathbf{1} \arrow[d, shift right] \\
 & Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[u, bend right, "s"'] & Y^{[4]} \arrow[l, shift right] \arrow[u, bend right, "\delta s=1"'] \\
G \arrow[uuurr, bend left] \arrow[uurr, bend left] \arrow[uur, bend left] \arrow[r, bend left] & M
\end{tikzcd}
$$

“G同変な接続つきbundle gerbe” $=$ “G不変な接続とG不変なcurvingを持つG同変bundle gerbe”

$\rightsquigarrow$ 3-curvature ΩはG不変な3形式になる.

§ 同変な接続つきbundle gerbeの簡約

G同変な接続つきbundle gerbe $(\mathcal{G}, \nabla, f)$
$\rightsquigarrow$ (P, ∇)のmoment map $\tilde{\lambda} : Y^{[2]} \to \mathfrak{g}^*$

$$
\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] & \delta P \arrow[d, shift right] & \mathbf{1} \arrow[d, shift right] \\
 & Y \arrow[d, "\pi"] & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] & Y^{[3]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "s"'] & Y^{[4]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[u, bend right, "\delta s = 1"'] \\
G \arrow[uur, bend left] \arrow[uuur, bend left] \arrow[uuuur, bend left] \arrow[uuuuur, bend left] \arrow[r, bend left] & M
\end{tikzcd}
$$

補題 2. $(\mathcal{G}, \nabla, f), \tilde{\lambda}$を上の通りとする.
(a) $^{\exists}\lambda \in A^0(Y, \mathfrak{g}^*), \delta\lambda = \tilde{\lambda}$
(b) $\left\{\lambda \in A^0(Y, \mathfrak{g}^*) |\ \delta\lambda = \tilde{\lambda}\right\} \leftrightarrow A^0(M, \mathfrak{g}^*)$

$\because$) $\delta\tilde{\lambda} = 0$とMurrayの結果(補題 1)より.

$\boxed{\text{Cohomology } \mathcal{Z}/\mathcal{B}}$

$$A^1(M, \mathfrak{g}^*) \oplus A^0(G \times M, \mathfrak{g}^*) \supset \mathcal{Z} \supset \mathcal{B}$$

$(E, \zeta) \in \mathcal{Z} \cdots$ cocycle

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} g^*E(x; V) - \mathrm{Ad}_g E(x; V) = d_M \zeta((g, x); V), \\ \mathrm{Ad}_g \zeta(h, x) - \zeta(gh, x) + \zeta(g, hx) = 0. \end{cases}$$

$(g \in G,\ x \in M,\ V \in T_x M)$

$(E, \zeta) \in \mathcal{B} \cdots$ coboundary

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} {}^\exists f \in A^0(M, \mathfrak{g}^*), \\ E = df, \\ \zeta(g, x) = f(gx) - \mathrm{Ad}_g f(x). \end{cases}$$

補題 3. 同変接続つき *bundle gerbe* $(\mathcal{G}, \nabla, f)$ が与えられたとき, $\delta\lambda = \tilde{\lambda}$ となる $\lambda \in A^0(Y, \mathfrak{g}^*)$ に対し次のように $(E, \zeta) \in \mathcal{Z}$ を定める.

$$\begin{cases} \pi^* E_X & := & d\lambda_X + \iota_{X^*} f \\ (\pi^* \zeta_X)(g, y) & := & g^* \lambda_X(y) - \mathrm{Ad}_g \lambda_X(y) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $[E, \zeta] \in \mathcal{Z}/\mathcal{B}$ は λ のとり方によらない.

$\beta(\mathcal{G}, \nabla, f) := [E, \zeta]$ $\cdots$ "moment map" の役割

$$\boxed{dE_X = -\iota_{X^*}\Omega}$$

同変な接続つきbundle gerbeの簡約

$(\mathcal{G}, \nabla, f)$: M 上の G 同変な接続つきbundle gerbe

仮定

1. G の M への作用は自由で局所的に自明.
2. M/G は $q : M \to M/G$ がsmoothになるように多様体の構造が入る.
3. さらに Y も同様の性質を持つ.

定理 5.

$$(\mathcal{G}, \nabla, f) \text{ の簡約ができる.}$$
$$\Updownarrow$$
$$\beta(\mathcal{G}, \nabla, f) \in \mathcal{Z}/\mathcal{B} \text{ が消える.}$$

$$\beta(\mathcal{G}, \nabla, f) = 0 \Leftrightarrow \text{ある}\lambda\text{に対して} \begin{cases} \delta\lambda & = & \tilde{\lambda} \\ (E, \zeta) & = & 0 \end{cases}$$

大事なポイント

1. 上のような λ を一つ固定
   $\rightsquigarrow$ 具体的な簡約
2. 上のような λ は一般には一意ではない
   $\rightsquigarrow$ M/G で異なる同値類

具体的な簡約

$$\begin{cases} \mathcal{G} = (Y, P, s) & G\text{同変 bundle gerbe} \\ \nabla \in \sqrt{-1}A^1(P) & G\text{不変な}\mathcal{G}\text{の接続} \\ f \in A^2(Y) & G\text{不変な}\nabla\text{の curving} \end{cases}$$

$\beta(\mathcal{G}, \nabla, f) = 0 \in \mathcal{Z}/\mathcal{B}$

$\Rightarrow \lambda \in A^0(Y, \mathfrak{g}^*)$ をうまくとり $\begin{cases} \delta\lambda & = & \tilde{\lambda} \\ (E, \zeta) & = & 0 \end{cases}$

(主G束 $M \xrightarrow{q} M/G$ の接続 $\Xi \in A^1(M, \mathfrak{g})$ を固定)

$$\kappa := \langle \lambda, \pi^* \Xi \rangle \in A^1(Y)$$

$$(\mathcal{G}, \nabla, f) \rightsquigarrow (\mathcal{G}, \nabla - 2\pi\sqrt{-1}\delta\kappa, f + d\kappa)$$

$$\rightsquigarrow (\bar{\mathcal{G}}, \bar{\nabla}, \bar{f})$$

$$\begin{tikzcd}
 & P \arrow[d] \arrow[rrr, dashed] & & & P/G \arrow[d] \\
Y & Y^{[2]} \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[rrr, dashed] & & & Y^{[2]}/G \\
M \arrow[d, "\pi"] \arrow[rrr, dashed] & & Y/G \arrow[ul, dashed] \arrow[l, shift right] \arrow[l, shift left] \arrow[d, "\pi"] & & \\
 & & M/G & &
\end{tikzcd}$$

λのとり方について

$$\left\{\lambda \in A^0(Y, \mathfrak{g}^*) |\ \delta\lambda = \tilde{\lambda},\ (E, \zeta) = 0\right\}$$
$$\updownarrow$$
$$\left\{\mu \in A^0(M, \mathfrak{g}^*) |\ d\mu = 0,\ g^*\mu = \mathrm{Ad}_g\mu\right\}$$

$$\begin{tikzcd}
 & (\mathcal{G}, \nabla, f) \arrow[dl, squiggly, "\lambda"'] \arrow[dr, squiggly, "\lambda'"] & \\
(\bar{\mathcal{G}}, \bar{\nabla}, \bar{f}) & & (\bar{\mathcal{G}}, \bar{\nabla}', \bar{f}')
\end{tikzcd}$$

命題 6. $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] = \mathfrak{g}$ならば, $[(\bar{\mathcal{G}}, \bar{\nabla}, \bar{f})]$は一意.

<u>例</u>

$$\left.\begin{array}{l} M = A^1(S^1, \mathfrak{su}(2)) \\ G = \Omega SU(2) \end{array}\right\} \rightsquigarrow M/G \cong SU(2)$$

$SU(2)$上のcaononical 3-formを3-curvatureとするようなbundle gerbeを簡約によって構成することができる.

λのとり方について

$$\left\{\lambda \in A^0(Y,\mathfrak{g}^*) \mid \delta\lambda = \tilde{\lambda},\ (E,\zeta) = 0\right\}$$
$$\updownarrow$$
$$\left\{\mu \in A^0(M,\mathfrak{g}^*) \mid d\mu = 0,\ g^*\mu = \mathrm{Ad}_g\mu\right\}$$

$$\begin{tikzcd}
 & (\mathcal{G},\nabla,f) \arrow[dl, squiggly, "\lambda"'] \arrow[dr, squiggly, "\lambda'"] & \\
(\bar{\mathcal{G}},\bar{\nabla},\bar{f}) & & (\bar{\mathcal{G}},\bar{\nabla}',\bar{f}')
\end{tikzcd}$$

命題 7. $(\bar{\mathcal{G}},\bar{\nabla},\bar{f}) \simeq (\bar{\mathcal{G}},\bar{\nabla}',\bar{f}')$：安定同値
$\Leftrightarrow$ $\lambda' - \lambda \in A^0(M,\mathfrak{g}^*)$が，ある同変な平坦接続つきの円周束の*moment map*になっている．

例

$$\left.\begin{array}{l} M = S^3 \\ G = S^1 \end{array}\right\} \rightsquigarrow M/G \cong S^2$$

S^2上の接続つきbundle gerbe(flatになる)の安定同値類すべてを簡約によって構成することができる．

“応用” について

1. Lie group valued moment maps (Alekseev-Malkin-Meinrenken)

$\cdots$ 一般化できる (と思われる).

2. Chern-Simons theory

$\cdots$ 境界条件つき幾何的量子化