

幾何学演習レポート問題1 (2011年4月18日)

担当: 境 圭一

1. 曲線 $\alpha(t) = \begin{pmatrix} \alpha^1(t) \\ \alpha^2(t) \\ \alpha^3(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ は全ての t について

$$\alpha(t) \times \alpha'(t) = \mathbf{0} \quad \text{ならびに} \quad \alpha^i(t) > 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

をみたすとする.

- (1) $\alpha(t) \times \alpha'(t)$ の第一成分を計算することで, ある定数 $C > 0$ に対し $\alpha^3(t) = C\alpha^2(t)$ であることを示せ.

- (2) 他の成分についても同様に考察せよ. 曲線 α はどのような軌跡を描くか.

2. 曲線 $\alpha(t) = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \sin t \\ 1 - \cos t \\ \frac{3}{5} \sin t \end{pmatrix}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) について,

- (1) 速度ベクトル場 $\alpha'(t)$ を求めよ.

- (2) 曲線の長さ

$$\int_0^{2\pi} |\alpha'(t)| dt$$

を計算せよ.

(ヒント)

1. (1) $f(t) > 0$ のとき, $(\log f(t))' = \frac{f'(t)}{f(t)}$ だった.

4/28 (木) までに, 理学部 A 棟 403 に提出してください.

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/11_geometry/11_geometry.html