

幾何学演習レポート問題3 (2011年7月11日)

担当: 境 圭一

1. xy 平面 $M := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 0\}$ を考える .

(1) $p \in M$ における接平面 $T_p M$ を求めよ .

(2) γ を M 上の曲線で $|\gamma'| \equiv 1$ のものとする . γ の測地的曲率 κ_g , 法曲率 κ_n を求めよ .

(3) M 上の測地線とはどのようなものか .

2. トーラス $T := \{(r, \theta, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (r - 2)^2 + z^2 = 1\}$ (円柱座標による表示) を考える . T 上の曲線 $\gamma(t) := (2 + \cos t, 0, \sin t)$ は測地線であることを示せ .

3. 7/11 の演習の 1. の曲面 $M := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2\}$ 上の点 $p = (0, 0, 0)$ における Gauss 曲率

$$K(p) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\overline{\text{Area}}(\mathbf{n}(U_a))}{\text{Area}(\varphi(U_a))}$$

を計算せよ (記号は7/11の演習を参照のこと)

7/22 (金) までに, 理学部 A 棟 403 に提出してください .

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/11_geometry/11_geometry.html