

線形代数学 演習問題 3 (2011 年 11 月 10 日) 略解

担当：境 圭一

1. 解はそれぞれ (1)  $(x, y, z) = (2, 1, 4)$ , (2)  $(x, y, z) = (-3, 2, 1)$ . 詳細は略 .

2. (1)  $E_I(1; \lambda)$  を左から掛けることは, 第 1 列を  $\lambda$  倍することだった .  $E_I(1; \lambda)^n = E_I(1; \lambda)^{n-1} E_I(1; \lambda)$  は,  $E_I(1; \lambda)$  の第 1 列を  $n - 1$  回  $\lambda$  倍した行列になることがわかる . よって

$$E_I(1; \lambda)^n = E_I(1; \lambda^n).$$

(2)  $E_{II}(1, 2)$  を左から掛けることは, 第 1 列と第 2 列を入れ替えることだった .  $E_{II}(1, 2)^{2n-1} = E_{II}(1, 2)^{2n-2} E_{II}(1, 2)$  は,  $E_{II}(1, 2)$  の第 1 列と第 2 列を  $2n - 2$  回入れ替えた行列になることがわかる . 入れ替えを偶数回繰り返すと元に戻るから ,

$$E_{II}(1, 2)^{2n-1} = E_{II}(1, 2).$$

(3)  $E_{II}(1, 2)^{2n} = E_{II}(1, 2)^{2n-1} E_{II}(1, 2)$  と考える . (2) と同様だが, 今度は入れ替えを奇数回繰り返すことになり, それは結局は 1 回だけ入れ替えることと同じである . よって

$$E_{II}(1, 2)^{2n} = E \quad (\text{単位行列}).$$

(4)  $E_{III}(2, 3; \lambda)$  を左から掛けることは, 2 行目に 3 行目の  $\lambda$  倍を加えることだった .  $E_{III}(2, 3; \lambda)^n = E_{III}(2, 3; \lambda)^{n-1} E_{III}(2, 3; \lambda)$  は,  $E_{III}(2, 3; \lambda)$  の 2 行目に 3 行目の  $\lambda$  倍を加えることを  $n - 1$  回繰り返すことになる . よって

$$E_{III}(2, 3; \lambda)^n = E_{III}(2, 3; n\lambda).$$