

線形代数学 演習問題 5 (2011 年 11 月 24 日)

担当：境 圭一

1. 次の行列はいずれも正則である．逆行列を求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. 次の連立方程式を解け（前問と見比べよ）．

$$(1) \begin{cases} 3x + 7y = 1 \\ 2x + 5y = 2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + 2y - 4z = -2 \\ -x + 3y + 2 = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

3. A を $m \times n$ 行列とし, x_1, \dots, x_n に関する連立一次方程式

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

を考える．明らかに $x_1 = \dots = x_n = 0$ は解である（自明な解とよぶ）．

- (1) もし $\text{rank } A = n$ なら, 自明でない解は存在しないことを示せ．
- (2) もし $\text{rank } A < n$ なら, 自明でない解も存在することを示せ．

提出の必要はありません．解答は以下の URL に後日掲載します．

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/11_linear/11_linear.html