

線形代数学 演習問題 6 (2011 年 12 月 1 日)

担当：境 圭一

1. 次の行列が正則であるような定数 k の条件を求め、そのときの逆行列を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} k \cos \theta & -\sin \theta \\ k \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 4 文字の置換は全部で $4! = 24$ 通りある。すべて書き下せ。
3. i, j を入れ替える互換 τ_{ij} の逆置換は τ_{ij} 自身であることを示せ。
4. 5 文字の置換

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

を考える。

- (1) これらに対応するアミダくじを一つずつ求めよ。
- (2) 積 $\sigma\tau$ を求めよ。
- (3) (1) で求めたアミダくじを、上から τ, σ の順に重ねると、新たなアミダくじができる。新しいアミダくじは $\sigma\tau$ に対応することを確かめよ。
- (4) (1) で求めた σ に対応するアミダくじの上下をひっくり返したアミダくじを考えると、対応する置換は逆置換 σ^{-1} であることを示せ。

提出の必要はありません。解答は以下の URL に後日掲載します。

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/11_linear/11_linear.html