

線形代数学 演習問題 7 (2011 年 12 月 15 日)

担当：境 圭一

1. 次の置換の符号を求めよ．つまり，これらを互換の積で表し（やり方はいろいろある），その個数 s を求め， $(-1)^s$ を計算せよ（あるいは，これらの置換に対応するアミダくじを一つ求め，その横線の数 s を考えても同じである）．

$$(1) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列の行列式を計算せよ．ただし，文字は全て定数である．

$$(1) A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ k & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) C = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (1) 3×3 行列 $A = (a_{ij})$ が上三角行列であるとする．つまり

$$i > j \Rightarrow a_{ij} = 0.$$

このとき行列式 $|A|$ を求めよ．

- (2) n 文字の置換 σ で，恒等置換 e ではないものを考える．このとき，少なくとも一つの i については

$$\sigma(i) < i$$

が成り立つことを示せ．

- (3) $n \times n$ 行列 $B = (b_{ij})$ が上三角行列であるとする．つまり

$$i > j \Rightarrow b_{ij} = 0.$$

このとき行列式 $|B|$ を求めよ．

提出の必要はありません．解答は以下の URL に後日掲載します．

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/11_linear/11_linear.html