

線形代数学 演習問題 8 (2011 年 12 月 22 日)

担当：境 圭一

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & -5 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の行列式 $|A|$ を、次の手順で求めよ。

(1) A の 2 行目に 3 行目を加えたものを A_1 とする。 $|A_1| = |A|$ 。

(2) A_1 の 2 行目に 4 行目の -3 倍を加えたものを A_2 とする。 $|A_2| = |A|$ 。

(3) A_2 の 1 行目と 2 行目を入れ替えたものを A_3 とする。 $|A_3| = -|A_2| = -|A|$ 。

(4) A_3 は命題 3.3 (1) が使える形になるので、「右下」の 3×3 行列 B の行列式を考えればよいことになる。 $|B|$ はサラスの方法により求まる。

2. 次の行列の行列式を計算せよ。ただし (3) の文字は全て 0 でない定数とする。

(1) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $D = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ (3) $F = \begin{pmatrix} a & b & & \\ c & d & & \\ & & p & q \\ & & r & s \end{pmatrix}$

3. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を 4 成分の横ベクトルとし、 $G = \begin{pmatrix} \vec{a} + \vec{b} \\ \vec{b} + \vec{c} \\ \vec{c} + \vec{a} \\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \end{pmatrix}$ を 4×4 行列とする。 $|G| = 0$

を示せ (ヒント: G の 4 行目から 1,2,3 行目の $1/2$ 倍を引くとよい)。

提出の必要はありません。解答は以下の URL に後日掲載します。

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/11_linear/11_linear.html