

線形代数学 演習問題9 (2011年1月5日) 略解

担当：境 圭一

1. まず  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & -1 & 8 & 1 \end{pmatrix}$  より  $A_2 = \begin{pmatrix} -5 & 5 & 2 \\ 2 & 7 & 1 \\ -1 & 8 & 1 \end{pmatrix}$ . さらに続けると,  $A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 1 \\ 2 & 7 & 1 \\ -5 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ ,  
 $A_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 23 & 3 \\ -5 & -35 & -3 \end{pmatrix}$  となるので  $A_5 = \begin{pmatrix} 23 & 3 \\ -35 & -3 \end{pmatrix}$ .  $|A| = |A_5| = -69 + 105 = 36$ .

2.  $B$  については, 例えば1列目と4列目を入れ替え, 1行目と4行目を入れ替えたあと, 4列目から1列目の2倍を引くと命題3.3 (1) を使える.  $|B| = 5$ .

$C$  については, 例えば1行目と2行目を入れ替えたあと, 2列目から1列目の2倍を引き, 4列目から1列目を引くと命題3.3 (1) を使える.  $|C| = -35$ .

3.  $BC = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & -2 \\ 4 & 4 & 1 & 0 \\ 11 & 1 & 9 & -2 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $CB = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 8 & 2 \\ 9 & 0 & 9 & 8 \end{pmatrix}$  である. 前問と同様に計算すれば  $|BC| =$   
 $|CB| = -175$  であり, 確かに  $|BC| = |CB| = |B| \cdot |C|$  が成り立っている.