

幾何入門 演習問題 9 (2012 年 6 月 21 日)

担当：境 圭一

1. 以下の手順で関数 $f(x, y) = x^2 + y^2$ のグラフ $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = f(x, y)\}$ を図示せよ.
 - (1) xy 平面に平行な平面 $z = r^2$ で切った切り口を図示せよ。(ヒント： $f(x, y) = r^2$ をみたく (x, y) が表す図形を考えればよい)
 - (2) (x, y) を極座標 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ で表すとき, S を r, θ, z の式で表せ.
 - (3) (2) を使って, θ が一定の平面 $\theta = \theta_0$ で S を切った切り口を図示せよ. 以上の考察から S を図示せよ.
2. 三変数関数 $g(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 - 1$ を考え, $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid g(x, y, z) = 0\}$ とおく.
 - (1) $\text{grad}(g)(p) = 0$ となる点 p を求めよ.
 - (2) (1) で求めた p は S 上の点でないことを示せ. 従って S 上には $\text{grad}(g) = 0$ をみたく点がないので, S は曲面である.
 - (3) S を平面 $z = k$ で切った切り口を図示せよ(ヒント： $g(x, y, k) = 0$ をみたく (x, y) が表す図形を考えればよい)
 - (4) (x, y) を極座標 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ で表すとき, S を r, θ, z の式で表せ.
 - (5) (4) を使って, θ が一定の平面 $\theta = \theta_0$ で S を切った切り口を図示せよ. 以上の考察から S を図示せよ.

レポート問題 9 (6/28 の講義開始時まで提出してください) 名前を忘れず書くこと

三変数関数 $h(x, y, z) := x^2 + y^2 - z^2$ を考え, $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid h(x, y, z) = 0\}$ とする.

- (1) $\text{grad}(h)(p) = 0$ となる点 p を求めよ. この p は S 上の点であることを示せ.
- (2) S を平面 $z = k$ で切った切り口を求めよ(ヒント： $k = 0$ のときに注意せよ)
- (3) (x, y) を極座標 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ で表すとき, S を r, θ, z の式で表せ.
- (4) (3) を使って, θ が一定の平面 $\theta = \theta_0$ で S を切った切り口を図示せよ.
- (5) (1) の p の近傍で, S を図示せよ.