

トポロジー 追加レポート問題 (2012年12月3日)

担当：境 圭一

締切：12/7 (金) 16:00

提出先：403 前のレポートボックス

中間試験の問題 1, それに関連するレポート・演習問題などをよく読み返しながら考えること.

(1) $X := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 9 \right\}$, $Y := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 = 4 \right\}$ とおく. X, Y を図示せよ.

(2) 部分集合に対する相対位相の定義を述べ, 包含写像 $i: X \rightarrow \mathbb{R}^2$ は相対位相に関して連続であることを示せ.

(3) 包含写像 $j: Y \rightarrow X$ はホモトピー同値写像であることを示せ.

(4) $Z := \{(4 \cos \theta, 2 \sin \theta) \in Y \mid 0 \leq \theta \leq \pi\}$ とおく. Z は可縮であることを示せ.

(5) $x_0 := (4, 0) \in X$ を基点とするループ $\gamma: (I, \partial I) \rightarrow (X, x_0)$ を

$$\gamma(t) := (4 \cos 4\pi t, 2 |\sin 4\pi t|)$$

で定義する. 定値ループを $c: I \rightarrow X, c(t) = x_0$ と書くとき, $\gamma \simeq c \text{ rel } x_0$ を示せ.

(3 × 5 = 15 点)