

2012年度 トポロジー 中間試験 結果

担当：境 圭一

平均点は 15.6 点，最高点は 34 点でした．点数分布と各問題の平均点は以下のとおりです．

点数	~ 10	11 ~ 15	16 ~ 20	21 ~ 25	26 ~ 30	31 ~ 34
人数	15	16	7	8	6	2

問題	1	2	3	4	(5)
平均点	4.4	5.3	4.3	0.2	1.5

答案用紙 No. 1 の点数の欄に赤で書いてあるのが試験の点数，青でプラスしてあるのは今までのレポートの点数の合計です．大問ごとの点数は各問の右下あたりに書いてあります（何も書いてなければ 0 点です）．レポートは現時点で最大 11 点，このあと後半のレポートで最大 20 点までつきます．計算の都合上，中間試験を受けた人には，レポート一回分の点がついていません．現時点の平均は 7.1 点です．以下，問題ごとのコメントです．

1. 全体的には 11/19 の演習問題 6 に類似した問題です．期待したよりずっと悪い出来でした．

- (1) 位相のことは既にやっているはずなので，できてほしい問題です．位相のことを疎かにすると（幾何に限らず）いろいろなところで理解が表面的になってしまいます．相対位相という言葉，またはそれに相当する記述をしてほしかったので「 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$  だから...」というような答案については悩みましたが，正解としました（極限の意味が  $S^1$  と  $\mathbb{R}^2$  で変わらない，ということが相対位相にあたります）．
- (2) ホモトピーについては，連続性に必ず言及してください．以降の問題でも同様です．
- (3) 「 $f : \{*\} \rightarrow X$  を  $f(*) := 0$  で定義する」というような答案がたくさんありましたが， $0 \notin X$  なので，これではだめです． $g : X \rightarrow \{*\}$  を定値写像として  $f \circ g \simeq \text{id}_X$  を示したいわけですが， $F(x, t) = (1 - t)x + tx_0$  ( $x \in X$ ) のようなホモトピーを作っている答案が非常にたくさんありました．作るべきホモトピーは  $F : X \times I \rightarrow X$  なので， $F(x, t) \in X$  でないとだめです．上記の  $F$  に対して， $0 < t < 1$  のとき  $F(x, t) \notin X$  なのは絵を描いてみれば明らかでしょう．(4) でも同様のことが言えます．

2. (1) ~ (3) は 11/5 の演習問題 2 とほぼ同一でしたが，出来は良くありませんでした．

- (1) 正しい解答は「(\*)  $\overrightarrow{v_0v_1}, \dots, \overrightarrow{v_0v_n}$  が一次独立であることを示す」ですが，多かったのは「(\*\*)  $v_0, \dots, v_n$  が一次独立であることを示す」というものでした．(\*\*)  $\Rightarrow$  (\*) は言えますが，逆は言えないので減点しました．また，そもそも「一次独立」の意味を間違えている人も多くいます．ごく基本的なところですから，必ず理解してください．
- (2) 2 単体の内部が明確でない場合は減点しました．
- (3)  ${}_{n+1}C_{k+1}$  も正解ですが，なるべく  $\binom{n+1}{k+1}$  と書いてください．答だけの場合は減点です．

3. 良くありませんでした .

- (2) 単体写像になっているかどうかは,  $K$  の全ての単体 (今の場合は  $0, 1$  単体, 計 6 個) に対して頂点の行き先を調べないといけません .
- (3) ある特定のループについてしか調べていない解答がたくさんありました . ループの形を特定しないで  $w_3$  を含む部分だけに言及すれば十分です . また 2-同値を使える理由には必ず言及してください .
- (4) ループ  $\eta$  と, それを表す基本群の元  $[\eta] \in \pi_1(K, v_0)$  の混同がみられました .

4. やや難しかったと思います . ホモトピーの形自体は略解と同じでも, そのホモトピーをどこで考えているかを明示しなければだめです . 現時点では難問だと思われるので, 部分点を若干積極的につけました .

5. 4. が難しいと思われたので, 同じ点数分のおまけをつけましたが, おまけに最も時間をかけているらしい人が多くいたのは少々不本意です . 少しでも非自明なことをある程度しっかり証明・計算していれば 5 点つけました . 誤りを多く含むものや, 簡単な定義のみのものは 1 ~ 3 点にしてあると思います . 数学的な内容を全く含まないもの (言葉のみの定義など) には点はありません . 「今から何を主張するのか」を明確にしてから書き始めてください . 読み手が行間を読まなければいけない文章は, 論理的とは言えません .

採点には万全を期しましたが, 万が一誤りがあると思われる場合は, 早めに申し出てください . 答えは全てコピーを取り保存していますので, ただちに調べます .

追加レポートについて . 平均点は 30 点程度を期待していたので, 今回はかなり出来が悪かったと言えらると思います . 追試の意味でレポートを課すことにしました . 点数のこともありますが, このあとの講義のために理解を補っておきたいからです . 毎回のレポートとは別に行います . 締切は 12/7 (金) 16:00 です . レポートの内容について教員または周りの誰かに質問することはもちろん好ましいことですが, 最終的には自分で納得して答案を書いてください .

今回できなかった人も, 期末試験での挽回を期待したいと思います . 毎回のレポートの点数はかなり大きいと思いますので, 日々の取り組みにも期待します .

(12/3)