2013 年度 位相空間論 中間試験（2013 年 11 月 15 日）結果

担当：境 圭一

平均点は 22.4 点，最高点は 42 点でした．人数分布と各問題の平均点は以下のとおりです．

点数	〜9	10〜19	20〜29	30〜34	35〜39	40〜44
人数	10	15	19	7	4	4

問題	1	2	3	4
平均	9.8	9.2	1.0	2.5

答案用紙 No. 1 の点数の欄の赤が試験の点数，青は今までのレポートの点数の合計です．大問ごとの点数は各問の右下あたりに書いてあります．何も書いてなければ 0 点です．
全体的に気になる点を述べます．

- 明らかに問 1, 2 のほうが基本的で，しかも 6 割取れるわけですから，そちらをしっかりやるべきです．
- 絵を描いて考えることは理解を助けるので推奨したいのですが，見た目の直感に頼ると勘違いを引き起こすことも多々あります.「点線で囲まれた部分が開集合」のような感覚は Euclid 空間だから（かろうじて）通用するのであって，いつもそうだと思い込むと混乱の元です．
- $\in$（属する）と $\subset$（含まれる）の混同や，$p \in X$（集合の元）と $\{p\} \subset X$（一点からなる部分集合）の混同が非常に目立ちます．一文字違えば意味が全く異なるというのは日本語でもよくあることで，軽んじると痛い目を見ます．
- 写像 $f : X \to Y$ の「逆写像」という写像は（一般には）存在しません．この手の誤りは全て 0 点です．
- 「〜を求めよ」という問は，当然理由も問われています．理由が正しくなければ正解ではありません．
- ほとんどの人の答案が言葉足らずです.「〜の条件のもと，〜という理由で，〜が成り立つ」と必要十分な内容を書けるようにしてください．自分の答案を読み直してみて，何を言っているのかわかるでしょうか？配布した「解答例」は，手本となり得るように努力したつもりですので，参考にしてみてください．

以下，問題ごとのコメントです．

1. (1) “$d(x, y) \geq 0$” を忘れたり，“$d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$” を片方しか示してない答案が目立ちます．

   (2) “$\delta = \frac{1}{2}$ とすると $U(1; \delta) \subset A$ であるから$\cdots$” という答案が多いのですが，はっきり “$U(1; \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$” と書くべきです．そうでないと，読み手に計算を強いることになります．(2) と (3) ではオマケしましたが，(4) では理由が明確に書かれていない場合は減点することにしました．

   (4) 「<u>任意の</u> $\epsilon > 0$ に対し $U(0; \epsilon) \cap A \neq \emptyset$」を示します.「任意」と「ある」の区別ができていません．

   (5) (4) から言えるのは $[0, \infty) \subset \overline{A}$ だけです．負の数が A の触点でないことを示す必要があります．

2. (1) $\emptyset \cap \{p\} \cap Y$ を忘れたりするケースが見られました．

   (2) 例えば $c \in \overline{A}$ を示すとしたら「c を含む開集合は $\{b, c\}, X$ のみ」ということを述べるべきです．いくつかの開近傍について調べた，というだけでなく，<u>全ての</u> 開近傍を調べ尽くした，ということをはっきりさせる必要があります．

   (4) 「任意の $O \in \mathscr{O}(X)$ に対し $f(O) \notin \mathscr{O}(Y)$ が成り立っていない」は誤りです（正解か判別できない）.
   「『任意の $O \in \mathscr{O}(X)$ に対し $f(O) \notin \mathscr{O}(Y)$』が成り立っていない」なら正解です．

3. 思ったよりずっとできていませんでした．

   (2) 連続写像の合成が連続であることは使ってよいものとし，また (1) ができていない場合は 2 点としました．

   (3) (1) や (2) で “$\mathscr{O}(A) \subset \mathscr{O}(X)$” のような記述が多かったのですが，もちろん一般には成り立ちません.「いつ $\mathscr{O}(A) \subset \mathscr{O}(X)$ となるか」を問うのが (3) です．$A \subset X$ が開集合なら，$W \subset A$ が A の開集合であることと X の開集合であることは一致する，ということです．このことは応用上重要です．

4. (1) 内部，閉包の定義をもう一度復習してください．

(2) $(A - A^\circ)^\circ \neq A^\circ - (A^\circ)^\circ$ です．定理 4.1.2 (3) より

$$(A - A^\circ)^\circ = \{A \cap (A^\circ)^c\}^\circ = A^\circ \cap ((A^\circ)^c)^\circ = A^\circ \cap (\overline{A^\circ})^c = A^\circ - \overline{A^\circ}$$

が正しく，$A^\circ \subset \overline{A^\circ}$ より結論を得ます．この方法による答案が一つだけあり，よい方法だと思いました．

(3) 出題者が迂闊で，問 2 の $A \subset X$ が例になっていました．何人かは気付いたようです．この類の具体例をいろいろ考えてみるのが，理解を深める近道だと思います．

採点には万全を期しましたが，万が一誤りがあると思われる場合は，早めに申し出てください．答案は全てコピーを取り保存していますので，ただちに調べます．

今回できなかった人も，期末試験での挽回を期待したいと思います．講義と演習の成績は総合的に判断する場合もあるので，毎回のレポートへの取り組みにも期待します．平均点を見て得点調整することはしませんので，他人のことより自分のことです．

(11/22)