

橋の架け替えをしてもらおうという出題意図でした。しかし出題者が迂闊で、種数のことしか問わなかったので、橋を架け替えなくても、橋を取り除いて得られる knotoid 図式  $D_B^\circ$  から Seifert-Turaev アルゴリズムでできる曲面の種数を求めればよく、そのほうが計算も簡単でした。ただし、問われているのはあくまで  $g(\Sigma_{\tilde{D}_B})$  ですから、 $D_B^\circ$  を使って計算する場合は、 $\Sigma_{\tilde{D}_B} \approx \Sigma_{D_B^\circ}$  であることに言及すべきです。もちろん橋の架け替えを実行して  $\tilde{D}_B$  を求めても正解にたどりつけます。

レポート 2 と同様に、曲面の種数を得るために必要な手順が省略されているものは、 $D, \tilde{D}_B$  それぞれについて 2 点ずつ引きました。あまり本質的でない細部の誤りについては、一つにつき 1 点引きました。

KnotInfo では、トップページで “Three Genus” にチェックを入れることで、結び目の種数  $g(K)$  を検索することができます。講義でやった定理により、 $g(K) \leq g(\Sigma_{\tilde{D}_B}) \leq g(\Sigma_D)$  が成立します。二番目の不等号が真の不等号かどうか、つまり橋の架け替えで本当に種数の評価が良くなるかどうかは、実は選んだ橋  $B$  の「迂回路」が存在するか否かを見れば判定できます。詳細は論文をご覧ください。直接お尋ねください。

(1/21)