担当:境圭一

結果的に正しいパラメータが与えられていれば 1 点 , 何らかの形で向きの吟味を行った形跡があれば (最低限 , 図の中に向きが書き込んであれば) 2 点つけています .

この問題では「反時計回り」の向きが正しいわけですが , いつもそうだと思うと間違いです . 例えば 5/20 の問題 3. (3) の場合 , $\partial\Omega$ は

$$\partial\Omega = \{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^2 \mid |\boldsymbol{u}| = 1\} \cup \{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^2 \mid |\boldsymbol{u}| = 2\}$$

と二つの円に分かれますが,半径 1 の円のほうは「時計回り」,例えば $\mathbf{\textit{l}}(t) := \begin{pmatrix} \cos(-t) \\ \sin(-t) \end{pmatrix}$ を取らないと, $\partial\Omega$ の向きを表しません.半径 2 の円のほうは「反時計回り」が正しい向きです.

こういったことを理解して書いている,ということをアピールするため,例えば接ベクトル $\frac{d {m l}}{dt}$ と法ベクトル ${m n}$ の様子を絵で表し,「こうなるように ${m l}$ を定める」などと書いた上で具体的な式を与えれば,「理解している」ということが採点者にも伝わります.

ずばり答を書いてしまうと, 例えば

$$I(t) := \begin{cases} (1 - (t - 4n), \ t - 4n) & 4n \le t \le 4n + 1 \\ (1 - (t - 4n), \ 2 - (t - 4n)) & 4n + 1 \le t \le 4n + 2 \\ ((t - 4n) - 3, \ 2 - (t - 4n)) & 4n + 2 \le t \le 4n + 3 \\ ((t - 4n) - 3, \ (t - 4n) - 4) & 4n + 3 \le t \le 4n + 4 \end{cases}$$

 $(n \in \mathbb{Z})$ は周期 4 のパラメータです.上のパラメータの場合は

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt}(t) = \begin{cases} (-1,1) & 4n < t < 4n+1\\ (-1,-1) & 4n+1 < t < 4n+2\\ (1,-1) & 4n+2 < t < 4n+3\\ (1,1) & 4n+3 < t < 4n+4 \end{cases}$$

です. $t=4n+k~(n\in\mathbb{Z},k=0,1,2,3)$ では $\frac{d{\bf l}}{dt}(t)$ は定義されないことに注意してください.それ以外の t では明らかに ${\bf l}$ は C^∞ 級で $\frac{d{\bf l}}{dt}(t)\neq {\bf 0}$ なので,上で与えたパラメータは区分的に正則です.