

二変数関数 f のグラフが曲面であることの証明の一部です。おおむねできているようでした。

$\text{rank } D\varphi = 2$ を証明するとき、講義では $\partial_s\varphi$ ($:= \frac{\partial\varphi}{\partial s}$) と $\partial_t\varphi$ が 1 次独立であることを示しました。この方法によるのであれば、「 $a, b \in \mathbb{R}$ に対し $a\partial_s\varphi + b\partial_t\varphi = \mathbf{0}$ とすると ... だから $a = b = 0$ である」のように、何が仮定で何が結論なのか、はっきりわかるように書いてください。単に

$$a\partial_s\varphi + b\partial_t\varphi = \mathbf{0} \quad a = b = 0$$

と羅列しているだけでは、 $a\partial_s\varphi + b\partial_t\varphi = \mathbf{0}$ が仮定なのか主張なのか、判別がつきません。

(行) 基本変形を使ってももちろん構いません。そのほうがやりやすいと思います。ただし

$$“D\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \partial_s f & \partial_t f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}”$$

と書いてはいけません。二番目の等号のところで行基本変形をしているわけですが、基本変形は行列の中身を変えるので、等号で結ぶのは誤りです。

$D\varphi$ の形を見れば上のような基本変形は直ちに思いつくので「明らかに階数 2 である」と書きたくなりますが、やはり理由は一言添えてください。

(6/17)

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/16_geometry/16_geometry.html