

$f(x, y, z) = x^2 - y^2 + 2z^2 + 1$ とおけば $S = f^{-1}(0)$ です . $\text{grad}(f)(p)$ が $T_p^\perp S$ の基底である , ということが何らかの形で書かれていなければダメです . それが書かれていたとしても「よって $\text{grad}(f) = \mathbf{u}$ 」という間違いが多く見られました . 正しくは

$$\text{grad}(f)(p) = k\mathbf{u}, \quad \exists k \in \mathbb{R}$$

です . $p \in S$ であることを使えば , k の値はきちんと定まります (この問題では符号があるので答は二つ出ます) . $\mathbf{u} \in T_p^\perp S$ の条件を $\mathbf{u} = l \cdot \text{grad}(f)(p)$ の形に書いた場合は , 「 l で割る」という操作が必要になります . 0 で割ってはいけないわけですから , 「文字で割る」という操作については細心の注意を払い , 可能ならば回避すべきです . この問題の場合 , $\mathbf{u} = l \cdot \text{grad}(f)(p)$ となったとすると , $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ なので $l \neq 0$ で , 従って l で割ることに何の問題もありません . S が曲面であることの証明はあまり細かく見ませんでした , 明らかにおかしいことが書いてあれば減点しました . 全体的にあまり芳しくありません . しっかり復習してください .

(7/1)

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/16_geometry/16_geometry.html