

平均点は 30.2 点，最高点は 47 点でした．人数分布は以下の通りです：

点数	11～15	16～20	21～25	26～30	31～35	36～40	41～45	47
15S	2	7	7	10	15	10	3	1
それ以外	1	2	3	1	3	6	3	0

問題ごとの平均点は以下の通りです：

問題	1	2	3	4	合計
15S : 平均	11.1	11.1	4.1	3.5	29.9

問題	1	2	3	4	合計
それ以外 : 平均	11.3	11.3	4.4	4.1	31.1

答案用紙 No. 1 の右上に赤で書いてあるのが試験の点数，青で書いてあるのは今までのレポートの点数の合計です（最大 14 点）．大問ごとの点数は答案の終わりあたりに書いてあります（裏面の場合あり）．部分点は丸で囲って書いてあります．

大問 1, 2 は最低限できてほしい問題です（内容・配点を見るとわかる）．加えて問 4. (1) がかなり大盤振る舞いだったことを考えると，平均点はもう少し高くあってほしいというのが正直な感想です．

例えば $f(u) = \dots$ のような式を書いたとして，「 $f(u)$ を \dots とおく」のか，「(何らかの理由で) $f(u)$ は \dots となる」と主張しているのか，後者だとすれば，その理由は何か，といったことが判然としない答案がたくさんあります．「... である」という文を読んだり書いたりするときに，前後のつながりが本当にわかっているか，自問自答してみてください．大学の数学は基本的に全て難解で，理解するのに膨大な時間を費やすのは普通のことです．手間を惜しまず，先を急がず，納得できるまでとことん考えることが大切です．そういった訓練を今のうちにやっておけば，今後のさらに難解な科目にも何とか対応できるはずですし，大学卒業後にも生かされるような学習になるはずですよ．

言いたいことをきちんと伝えるためには，一般的に使われる記号を正しく使うことが不可欠です．以下のような記号の誤りがたいへん目立ちました．今後注意してください．以下， f は二変数関数です：

- 正： $\frac{\partial f}{\partial x}$ ，誤： $\frac{df}{dx}$ ， $\frac{f}{\partial x}$ ， $f \frac{\partial}{\partial x}$ など．特に最後のものは全く別の意味で使われますから注意してください．
- 正： $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ，誤： $\frac{\partial f}{\partial x \partial y}$ ， $\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x \partial y}$ ， $\frac{\partial^2 f}{\partial x y}$ ， $\frac{\partial^2 f}{\partial x}$ など
- くだいようですが，内積の記号“ \cdot ”は忘れず書いてください．“ uv ”などと書いても意味が通じません．
- $\frac{\partial f}{\partial x}$ を $\frac{\partial}{\partial x} f$ と書く場合はありますが， $\frac{\partial}{\partial x} \cdot f$ とはあまり書かないと思います．（誤りとは言いきれない？）

以下，問題ごとのコメントです．

1. あまりよくありませんでした．

- (1) 体積は正の数ですから絶対値が必要です．
- (3) $\operatorname{div} V = (x-1)^2 + (y-2)^2$ まで変形しないと， $x-1 = y-2 = 0$ が明らかとは言えないと思います．
- (4) 偏微分の順序交換はできないこともあります．この問題では g が C^∞ 級だから可能です．問題文の一番最初に書いてありますが，コメントしてある方が望ましいと思います．
- (5) 積の微分公式を使ったことがはっきりわかるようにすべきです．また “ $\operatorname{div}(hV) = \frac{\partial(hV)}{\partial x} + \frac{\partial(hV)}{\partial y} = \dots$ ” のような誤答がたくさんありました．スカラーとベクトルが等号で結ばれることはあり得ません．

2. もう一步といった印象です．

- (2) いきなり $\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - y$ などと書き始めるのではなく，「 $\operatorname{grad}(f) = V$ となる f があったとすると」のような書き出しが適切です．天下一的に「 $f(u) = \dots$ とおくと...」という答案のほうがより良いと思います．
- (3) $\int_l V \cdot dl = \int_m V \cdot dm$ が成り立つ理由は，(2) と l, m の始点・終点がそれぞれ一致することの二つからなります．
- (4) l に沿った線積分が難しかったようですが，難易度としてはできてほしい問題です．解答例の別解のようにす

れば、煩わしい計算は回避できます（向きに注意する必要があります）。

- (5) $\text{rot}W \neq 0$ を根拠にすれば簡単です。配布した解答例では \mathbb{R}^2 の単連結性にも言及してしまいましたが、一般に “ $W = \text{rot}(\text{grad}(g)) \implies \text{rot}W = 0$ ” は領域の形に関係なく成り立つので、それは不要でした。すみません。(4) を使おうとすれば、 l, m の始点・終点がそれぞれ一致していることに触れないといけません。

3. 冒頭に書いたような理解の曖昧さを最も感じた問です。

- (1) 正しいパラメータを書いた上で、それが周期的であること、区分的に正則であること、 $\partial\Omega$ の向きを表すこと、の 3 点を何らかの形で説明すべきです。解答例のようなパラメータを $0 \leq t \leq 3$ のときに与えたあと「 $I(t+3) = I(t)$ だから周期 3」としている答案が多いのですが、そうではなく「周期が 3 になるよう定義を拡張する」のが正しい説明です（ $I(0) = I(3)$ だから可能）。また $t \in \mathbb{Z}$ のときは「 $\frac{dI}{dt}(t)$ は定義されない」のが正解です。
- (2) $\text{rot}V = 0$ であることと Green の公式からも 0 であることがわかります。定義通りやると面倒で、正答率はかなり低くなりました。
- (3) 積分できるかを試す問題なので、 $\text{div}W$ の計算に部分点はつけていません。積分領域を正しく表せない人も多いようです。まず x を固定したときに y が動く範囲を x を使って表し、そのあと x がどの範囲を動くかを考えればよいのでした。もちろん先に y を固定しても構いません。

4. (1) かなりのサービスだと思います。こういうのを逃してはいけません。

- (2) l が囲む領域 Ω' が $\mathbf{0}$ を含むかもしれないので、 V は Ω' 上で上定義されるかは不明です（実際されていない）。従って「Green の定理より答は 0」というのは誤りです。また、条件をみだす任意の l に対して計算する問題ですから、例えば $l(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ 2 \sin t \end{pmatrix}$ のような具体例を計算しただけではだめです（ l の形が具体的にわからなくても計算できる、というのがこの問題の面白さ）。 l が「原点の周りを反時計回りに一周する」という様子を正しく把握することが大事で、残念ながら時間内にはそこまで到達できなかったようです。

採点には万全を期しましたが、万が一誤りがあると思われる場合は、早めに申し出てください。答案は全てコピーを取り保存していますので、ただちに調べます。

レポートも含めた現在までの点数を見て、あとどれくらいの点数を取りたいか / 取らなければならないかを確認し、今後の学習のやり方を考えてください。追試などの救済措置は一切取らないことは明言しておきます（レポートで十分なはず）。

(6/10)