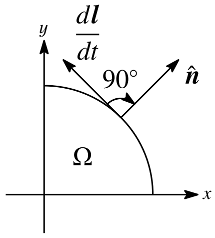
幾何入門 レポート 6（2017 年 5 月 19 日）コメント

担当：境 圭一

$\partial\Omega$ の向きが反時計回りになることをきちんと説明できるか，がこの問題で最も大事にしてほしいところです．例えば下のような絵を描けば，きちんと定義に従って向きを決定できている，ということが伝わります．



例えば $0 \le t \le 3$ において

$$\boldsymbol{l}(t) := \begin{cases} (\cos\pi t/2,\ \sin\pi t/2) & 0 \le t \le 1 \\ (0,\ 2-t) & 1 \le t \le 2 \\ (t-2,\ 0) & 2 \le t \le 3 \end{cases} \tag{1}$$

とおけば，この $\boldsymbol{l}\colon [0,3] \to \mathbb{R}^2$ は向きも込めて $\partial\Omega$ を表しますが，要求されているのは周期的な $\boldsymbol{l}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ ですから，周期 3 になるように (1) の定義域を $\mathbb{R}$ に拡張する必要があります．$n \in \mathbb{Z}$ に対し

$$\boldsymbol{l}(t) := \begin{cases} (\cos\pi(t-3n)/2,\ \sin\pi(t-3n)/2) & 3n \le t \le 3n+1 \\ (0,\ 2-t+3n) & 3n+1 \le t \le 3n+2 \\ (t-3n-2,\ 0) & 3n+2 \le t \le 3n+3 \end{cases} \tag{2}$$

とおけば，(2) が求めるパラメータの一つです．
よくある間違いは

（**誤り**）(1) は周期 3 だから，$n \in \mathbb{Z}$ に対し (2) のようになる

といった類の答案です．(1) が周期 3 なのではなく，周期 3 になるよう拡張した結果が (2) です．
例えば (2) のようなパラメータについて，その速度ベクトルは

$$\frac{d\boldsymbol{l}}{dt}(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t/2,\ \cos\pi t/2) & 3n < t < 3n+1 \\ (0,\ -1) & 3n+1 < t < 3n+2 \\ (1,\ 0) & 3n+2 < t < 3n+3 \end{cases}$$

です．t の範囲に注意してください．$t \in \mathbb{Z}$ のとき，$\frac{d\boldsymbol{l}}{dt}(t)$ は定義されません．
内積を表す " $\cdot$ " は絶対に忘れないようにしてください．しつこいようですが減点し続けます．[*1]

[*1] 忘れている答案が多いのは，忘れている答案を見て書いた答案が多いから，という気がします．何も考えないで丸写ししている時間は完全にムダだということを知ってほしいと思います．