

問題文に f は与えられていません. $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - z^2$ とおけば $S = f^{-1}(1)$ で, $\text{grad}(f)(\mathbf{u})$ が $T_{\mathbf{u}}^{\perp}S$ の基底である, ということが何らかの形で書かれていなければダメです.

$\mathbf{n} \in T_{\mathbf{u}}^{\perp}S$ の条件を $\mathbf{n} = l \cdot \text{grad}(f)(\mathbf{u})$ の形に書いた場合は, 「 l で割る」という操作が必要になります. 0 で割ってはいけないわけですから, 「文字で割る」という操作については細心の注意を払い, 可能ならば回避すべきです. この問題の場合, $\mathbf{n} = l \cdot \text{grad}(f)(\mathbf{u})$ となったとすると, $\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$ なので $l \neq 0$ で, 従って l で割ることに何の問題もありません.

(6/30)

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/17_geometry/17_geometry.html