幾何入門 レポート 13（2016 年 7 月 14 日）コメント

担当：境 圭一

この講義では S^2 と書いたら $\mathbb{R}^3$ 内の単位球面です（例 53 (2) 参照）:

$$S^2 := \{\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^3 \mid |\boldsymbol{u}| = 1\}.$$

Stokes の定理を使うと計算が容易になります．その際に最も重要なのは，∂S に導かれる向きを正しく把握できるか，という点です．この問題で与えられている $S = S^2$ の向きの場合は，例えば

$$\boldsymbol{l}(t) := \begin{pmatrix} \cos(-t) \\ \sin(-t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \\ 0 \end{pmatrix}$$

が ∂S の向きを表します．境界に導かれる向きがわかっている，とわかるような答案でないと，答が正しくても減点です．例えば「$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{u}) = -\boldsymbol{u}$ だから」では，理由としては不十分でしょう．例えば絵が適切に[*1]描かれていれば，わかっていることがわかります．

Stokes の定理を使わなくても，例えば

$$\boldsymbol{\varphi}\colon D^2 \to S, \quad \boldsymbol{\varphi}(s,t) := (s, t, \sqrt{1 - s^2 - t^2})$$

のような座標が向きを保つか検討した上で，定義通り計算することも可能です．

この問題の S^2 の向きの入れ方が「逆向きである」と書いている人がいましたが，「$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u}$ が正統な向きで，$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{u}) = -\boldsymbol{u}$ はその逆の向きである」というわけではありません．一般に曲線や曲面への向きの入れ方は 2 通りありますが，それらの間に優劣はありません．例えば曲線が向きづけられた曲面の境界になっている場合は，曲線には講義でやった通りの自然な向きが導かれますが，ここで「自然」と言っている理由は，Stokes の定理の両辺の符号がともにプラスになるから，という程度のことにすぎません．

(7/21)

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/17_geometry/17_geometry.html

[*1] 上手であることとは違います