

2017 年度 幾何入門 中間試験 結果

担当：境 圭一

平均点は 25.8 点，最高点は 47 点でした．人数分布は以下の通りです：

点数	~ 15	16 ~ 20	21 ~ 25	26 ~ 30	31 ~ 35	36 ~ 40	47
16S	6	8	10	12	10	7	1
それ以外	2	0	3	4	0	1	0

問題ごとの平均点は以下の通りです：

16S:

問題	1	2	3	4	合計
平均	8.5	11.1	4.1	2.5	26.2

それ以外:

問題	1	2	3	4	合計
平均	8.5	9.3	2.5	1.2	21.5

答案用紙 No. 1 の右上に赤で書いてあるのが試験の点数，青で書いてあるのは 7 回目までのレポートの点数の合計です（最大 14 点）．大問ごとの点数は答案の終わりあたりに書いてあります（裏面の場合あり）．部分点はその都度書いてあります．

●問題 1, 2 で点を稼いでもらうつもりでしたが，2 はともかく，1 はかなり良くありませんでした．1 のような（高校でやったはずの）基本的な計算能力は，この講義に限らず，今後いろいろな数学をやる上での基礎にもなります．高校と大学の数学は，雰囲気は違いますが，別物ではありません．1 ができなかった人は危機感を持ってください．

●例えば問題 2 の (2), (3) の答案を “ $\int (x^3 + xy^2) dx = \dots$ ” のように書き始めると，読み手に解釈を委ねていることになります．事情を知らない人には何をしているのか伝わりません．正しくは「 $\text{grad}(f) = \mathbf{V}$ となる f があるとすると， $\int (x^3 + xy^2) dx = \dots$ より $f = \dots$ でなければならない」のように書くべきです．話したり文章を書いたりして誰かに自分の考えを伝えようとするとき，本人がその内容に責任を持たなければいけません．自信を持って人に見せられる文章になっているか，客観的な視点でよく見直すことが大切です．自分が書いたものを客観的に読むのは案外難しいので，誰かに読んでもらうのも一つの手でしょう．そういったことを時間をかけて繰り返すことで，コミュニケーション能力が鍛えられるのだと思います．

●答のみを問う問題では，途中経過が書かれているかによらず，答のみを見て採点しています．少くも途中経過が間違っても減点していませんが，間違ったことが書いてあるとやはり減点したくなります．必要なことはもちろん書く必要がありますが，余計なことは書かないのも鉄則です．あえて隙を見せることはありません．

以下，問題ごとのコメントです．

1. (3) $\text{rot} \mathbf{V} = 0$ とすると $\cos x = \cos y$ ですが，その先を正しく扱っていません． \mathbb{R}^2 上の原点を中心とする半径 1 の円周を考えると，その上の偏角 θ の点の x 座標が $\cos \theta$ なのですから，絵を描けば $\cos \theta = \cos(-\theta)$ であることがわかります． $2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$) の不定性も合わせれば， $\cos x = \cos y \iff y = \pm x + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$) がわかります．いわゆる「和積の公式」により $\sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} = 0$ としてもいいのですが， $\sin \frac{x+y}{2} = 0$ または $\sin \frac{x-y}{2} = 0$ であるべきところを「かつ」と誤っているらしい答が目につきました．

(5) $g(4 - k^2)$ と書くと， $g(x)$ に $x = 4 - k^2$ を代入した値と区別が付きません． $(4 - k^2)g$ と書いてください．

2. 決して良くはありませんでした．

(1) 配布した解答例には誤りがありました．大変失礼しました．1~3 個間違えた場合は 1 点です．

(2) f を求める過程を書く必要はありませんし，きちんと書くのは大変です．天下りの「 $f(\mathbf{u}) = \dots$ とおくと…」という答案のほうが良いと思います．なお「 $\text{rot} \mathbf{V} = 0$ だからポテンシャルが存在する」というのは誤りです．問題 4 の \mathbf{V} が反例になっています．

(3) $\text{rot} \mathbf{W} \neq 0$ だから，というのが最も簡単でしょう．講義でやった系 36 により線積分を使った解答もあり得て，そのようにしている答案も多かったのですが，計算が大変だと思います．

(5) 昨年度の 2. (5) とほぼ同様だったので，それをやってあれば容易だったのではないかと思います．

3. (1) \mathbf{l} が境界の向きを表すパラメータであることの証明は省いてよいこととしたのであまり細かくは見ていませんが、 $0 \leq t \leq 4$ で $\mathbf{l}(t)$ を定義したあと「 \mathbf{l} は周期 4 だから…」という答案が多いのが気になります。何かの理由で周期 4 になることが示されるのではなく、周期 4 になるように自分で設定するのです。 $0 \leq t \leq 4$ だけ定義しておいて、 $\mathbf{l}(4) = \mathbf{l}(0)$ であることに注意して「 $\mathbf{l}(t+4) = \mathbf{l}(t)$ が成り立つように \mathbb{R} 上に定義を拡張する」と書くと、煩わしい記述を回避でき、誤りの可能性を減らせるので賢いと思います（一人だけそのように書いている人がいました）。
- (2) $\text{rot}\mathbf{V} = 0$ であることと Green の公式からも 0 であることがわかりますが、 \mathbf{V} が Ω 上定義されることにも言及すべきでしょう（実際は \mathbb{R}^2 全体で定義されます）。
- (3) 積分できるかを試す問題なので、 $\text{div}\mathbf{W}$ の計算に部分点はつけていません。領域の対称性に注目するところまではよいのですが、そのとき $2x^5y^3$ を（奇関数なのに）残してしまった答案がたくさんありました。
4. (1) かなりのサービスだと思います。こういうのを逃してはいけません。片方だけ正解の場合は 1 点です。
- (2) 「 $\text{rot}\mathbf{V} = 0$ だから、Green の公式より 0」という答案は誤りです。 $n = 0$ のとき、 \mathbf{l}_0 が囲む有界領域上で \mathbf{V} は定義されませんから、Green の公式は適用外です。
- 「 \mathbf{V} が定義されている」というのは前提条件のように思えるかもしれませんが、そういうところに落とし穴がある場合が多いように思います。例えば集合 G が群の構造を持つことを示すとき、演算の結合性や単位元・逆元の存在などに目が行きがちですが、「演算が定義されること」、つまり「 $g, h \in G \implies gh \in G$ 」の証明が一番重要で難しい、ということがしばしばあります（境の周辺で最近何度かあった）。思い込みを捨てて、慌てずに周りをよく見渡すことが大事です。

採点には万全を期しましたが、万が一誤りがあると思われる場合は、早めに申し出てください。答案は全てコピーを取り保存していますので、ただちに調べます。

●レポートも含めた現在までの点数を見て、あとどれくらいの点数を取りたいか / 取らなければならないかを確認し、今後の学習のやり方を考えてください。追試などの救済措置は一切取らないことは明言しておきます（レポートで十分なはず）。

(6/16)