2016 年度 線形代数学 II（生物学コース・物質循環学コース）レポート問題 1 コメント

担当：境 圭一

$\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_4$ を横に並べて得られる 4×4 行列

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & -2 \\ n+1 & 0 & 2 & n \end{pmatrix}$$

の階数が 4 なら $\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_4$ は 1 次独立で，$\mathbf{R}^4$ の 1 次独立なベクトルの組の最大個数になっているので基底です．$\operatorname{rank} A < 4$ なら基底ではありません．A は 4×4 正方行列なので $\operatorname{rank} A \leq 4$ で，$\operatorname{rank} A = 4 \iff \det A \neq 0$ でした（ただし $\det A$ は A の行列式）．計算すると $\det A = n$ となっています．$n \geq 1$ ですから，n によらず全員「基底である」が正解です．もちろん，A に基本変形を施して $\operatorname{rank} A = 4$ であることを示しても構いません．

過程も含めて正しければ 10 点です．細かい計算はあまり見ていませんが，明らかに間違っていれば減点しています．$\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_4$ の 1 次独立性を示すところが重要なので，これらが $\mathbf{R}^4$ を生成すること（つまり $\mathbf{R}^4 = \langle \boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_4 \rangle$ であること）で誤っている場合の減点はあまり大きくありません．レポートはあと 1 回ないしは 2 回出題し，合計が 20 点になるように調整する予定です．

読み手に意図を汲んでもらうことを期待してはいけません．伝えるべきことはきちんと書き，一方で不要なことは書かないようにすべきです（冗長な文章は読んでもらえない）．例えば今回の問題では，行列の基本変形をするときには「基本変形する」と明記すべきでしょう．また，単に式だけを羅列して

$$r_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + r_4\boldsymbol{v}_4 = \mathbf{0}, \quad r_1 = \cdots = r_4 = 0$$

のように書いている人もいるのですが，これでは $r_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + r_4\boldsymbol{v}_4 = \mathbf{0}$ と仮定しているのか，$r_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + r_4\boldsymbol{v}_4 = \mathbf{0}$ が成り立つと主張しているのか，読み手が推測しないと判断がつきません．きちんと

$$r_1\boldsymbol{v}_1 + \cdots + r_4\boldsymbol{v}_4 = \mathbf{0} \quad \text{とおくと，…だから} \quad r_1 = \cdots = r_4 = 0 \quad \text{となる}$$

のように，話の流れがわかるように書かなければなりません．今回のレポートでは採点者が出題者でもあるので，言葉足らずな答案でも何をしたいか何となく察してしまいますが，世の中一般ではそうではありません．**しっかり説明しようという意図が伝わらない文章は「意味がわからない」と切り捨てられておしまいです．**例えば就職活動などをするときに急にがんばろうと思っても，日頃から訓練していなければ無理です．この講義に限らず，レポートは文章を書く力を鍛える貴重な機会ですから，しっかり考えて書くべきです．**他の人のレポートの丸写しは，貴重な機会を無にしているだけでなく，採点者から見れば丸写しであることは一目瞭然ですから，極めて悪い心証を与えます．**

よくある間違いですが，

- 行列の基本変形の前後で行列は変化していますから，等号で結ぶのは誤りと言えます．
- サラスの方法は 3×3 行列のときしか使えません．個人的見解ですが，理解があやふやだと感じているうちは，サラスの方法は使わないことにしておいた方が賢明です．さもないと他のサイズの行列のときにつまらない誤りをしてしまいます．

その他，不適当な記述の例を挙げます：

- ×「 $\mathbf{R}^4$ は基底である」→○「$\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_4$ は $\mathbf{R}^4$ の基底である」
- ×「 $\mathbf{R}^4$ は 1 次結合である」→○「$\mathbf{R}^4$ のすべてのベクトルは $\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_4$ の 1 次結合である」