線形代数学 **II**（生物学コース・物質循環学コース）中間試験（**2017** 年 **11** 月 **21** 日）解答例・解説

担当：境 圭一

解答例.

1. (1) 部分ベクトル空間である
   (2) 部分ベクトル空間でない

2. (1) 1 次独立である
   (2) 1 次独立でない（「1 次従属である」も正解）
   (3) 1 次独立である

3. (1) $\boldsymbol{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
   (2) $\boldsymbol{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{21}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
   (3) $\boldsymbol{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{u}_3 = \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

4. (1) 1 次独立でない
   (2) $\boldsymbol{v}_3 = 2\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$ となることから $\boldsymbol{v}_3 \in W_1$, よって $\boldsymbol{v}_3 \in W_1 \cap W_2$ がわかる．従って $W_1 \cap W_2 \neq \{\mathbf{0}\}$ だから，$W_1 + W_2$ は直和ではない.

解説. N の値は答にも難易度にも一切影響しない.

1. (1) は演習問題 2 (4) を見てあれば容易なはずで，N に関わらず部分空間である．(2) は $N = 0$ のときに限り部分空間だが，全員 $N \neq 0$ のはず.

2. $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_k \in \mathbf{R}^n$ を並べてできる行列の階数が k ならば 1 次独立で，k に満たなければ 1 次独立ではない．(1) は $N \neq 0$ なら 1 次独立．(2) は 3 次元ベクトル空間 $\mathbf{R}^3$ の 4 つのベクトルだから，計算せずとも 1 次従属だとわかる.

3. 具体的な計算問題は，正しいかどうかを判断する材料に乏しいのでリスクが高い．しかしこの問題に関しては，答が直交系になっているか確認するのが比較的容易なので，ある程度リスク回避できる.

4. (1) は $2\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_3 = \mathbf{0}$ であることからわかる.

配点：10, 15, 15, 10（各小問につき 5 点，50 点満点）

```
http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/17_linear/17_linear.html
```