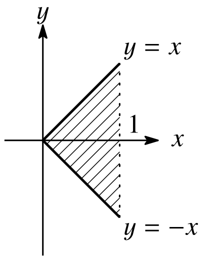
幾何入門 レポート 7（2018 年 6 月 1 日）コメント

担当：境 圭一

$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 < x < 1,\ -1 < y < 1\}$ です．これを見るには，絶対値を外すために丹念に場合分けすればいいのですが，正しく理解されているか怪しいように思えます[*1]．例えば $x + y \geq 0, x - y \geq 0$ が表す領域と Ω の共通部分は $(x + y) + (x - y) < 2$, つまり $x < 1$ で表されます．すなわち下図のような領域です．



同じようなことをあと 3 回繰り返せば，Ω は冒頭に記したような集合だとわかります．単に正方形だけを描いて「これが Ω である」と書いても，Ω は正方形の外なのか内側なのか，あるいは正方形そのもの（線）なのかわかりません．

Gauss の発散定理を使えば平易な 2 重積分だと思います．そのとき大事なのは，$\boldsymbol{V}$ が Ω を含む領域上で定義されている，という点で，そこに言及してくれた答案は残念ながら多くありませんでした．この問題の $\boldsymbol{V}$ は多項式からなっているので $\mathbb{R}^2$ 上定義されるのはほぼ自明だと思いますが，例えば分数の形になっているような式を含むベクトル場だと，Ω 上で分母が 0 にならないときしか Gauss の発散定理や Green の公式は使えません．
Gauss の発散定理を使う場合，$\boldsymbol{l}$ を具体的に与える必要はありません（計算には使わない）．ヘタに書いて間違うと減点されますから，不要なことは書かないのが賢明です．必要なことはもれなく書き，余計なことは書かないというのが大切です．何が必要かを見極めるには，理解の深さが求められます．

積分自体はこの講義で新たに学ぶものではなく，すでにいろいろなパターンに慣れているものとみなされます．自信のない人は，やり方を復習しておくといいでしょう．この問題の場合は被積分関数が偶関数なので，適切に積分範囲を狭めることで計算を多少さぼれるかもしれません．

http://math.shinshu-u.ac.jp/~ksakai/18_geometry/18_geometry.html

[*1] 説明を間違えて減点された人は，1 点払って理解を深めたと思ってください．残念ながら自分で考えて領域を求めたとは思えない答案も見られるのですが（間違ってはいないので減点できない），そういう答案よりはずっと価値ある 1 点です．