

例えば次のように計算するといいでしょう。

$$\begin{aligned}
 \text{左辺} &= x \cdot (-1)^{1+3} \det \begin{pmatrix} x-1 & x+a-1 & x-1 \\ a+1 & x-2 & 0 \\ 2x-a-5 & a+1 & x-1 \end{pmatrix} && (1 \text{ 列めについて余因子展開}) \\
 &= x(x-1) \det \begin{pmatrix} x-1 & x+a-1 & 1 \\ a+1 & x-2 & 0 \\ 2x-a-5 & a+1 & 1 \end{pmatrix} && (3 \text{ 列めから } x-1 \text{ を「くくり出す」}) \\
 &= x(x-1) \det \begin{pmatrix} -x+a+4 & x-2 & 0 \\ a+1 & x-2 & 0 \\ 2x-a-5 & a+1 & 1 \end{pmatrix} && (1 \text{ 行めから } 3 \text{ 行めを引く}) \\
 &= x(x-1) \cdot 1 \cdot (-1)^{3+3} \det \begin{pmatrix} -x+a+4 & x-2 \\ a+1 & x-2 \end{pmatrix} && (3 \text{ 列めについて余因子展開}) \\
 &= x(x-1)(x-2) \det \begin{pmatrix} -x+a+4 & 1 \\ a+1 & 1 \end{pmatrix} && (2 \text{ 列めから } x-2 \text{ を「くくり出す」}) \\
 &= -x(x-1)(x-2)(x-3).
 \end{aligned}$$

よって答は全員同じで、解は $x = 0, 1, 2, 3$ です。

例えば上の解答例の最初の等号で x を前に出すのを忘れた人がいました。講義では、余因子展開で前に出る数が 1 の場合が多かったので、1 が前に出ているのが見えづらくなったかもしれません。余因子展開は便利な方法ではありますが、「いつもこうだから」という思い込みは危険です。また“ $\det xA$ ”のように書いてしまった人もいますが、これは誤りです。一般に、 n 次正方行列 A とスカラー k に対し $\det(kA) = k^n \det A$ ですから、 $k \det A$ と $\det(kA)$ は別物です。断りなく x で割ったりしている答案もありましたが、0 で割ってはいけないわけですから、「文字で割る」という操作には注意が必要です。この問題の場合、文字を含む式で割る必要はないはずで

行列式の展開や行列の基本変形は複雑なので、上のように具体的に何をやったか書かないと、他の人が（例えば採点者が）見たとき、何をやっているか理解するのが大変です。読む人のことを考えた文章を書くことをいつも心がけてください。途中の説明がないものは、厳しいようですが、少し減点しています。すべてをわかりやすくきちんと説明してくれた人も少なからずいます。そういう答案はもちろん満点です。途中で計算を間違えた場合は、4 つある答えのうち 1 つ正解するごとに 1 点としました。（途中で間違えると、いくつ正解しようとそれは偶然なので、あまり意味のない採点基準ではありますが）

単に○と書いてあれば 10 点で、減点されている場合は右下あたりに点数が書いてあります。