

注意. 答案用紙には答のみ記入すること. 途中経過が書かれていて誤りを含む場合は減点対象になり得るので注意すること.

1. 次のベクトル \mathbf{u}, \mathbf{v} のなす角を求めよ.

$$(1) \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2) \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列 A, B が逆行列を持たないような定数 a, b の値をすべて求めよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} b+4 & 4 \\ 3b+2 & b+3 \end{pmatrix}$$

3. 次の行列 C, D の逆行列 C^{-1}, D^{-1} を求めよ.

$$(1) C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 8 \end{pmatrix} \quad (2) D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. 次の行列 P, Q の階数 $\text{rank } P, \text{rank } Q$ を求めよ.

$$(1) P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -5 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. (1) 行列

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

の逆行列を求めよ.

(2) $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n \in \mathbf{R}^n$ は $\mathbf{0}$ でない縦ベクトルで, $i \neq j$ のとき $\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_j = 0$ をみたすとする. n 次正方行列

$$Y = \begin{pmatrix} {}^t\mathbf{u}_1 \\ {}^t\mathbf{u}_2 \\ \vdots \\ {}^t\mathbf{u}_n \end{pmatrix}$$

の逆行列 Y^{-1} を $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$ を用いて表せ.