

注意. 答案用紙には答のみ記入すること. 途中経過が書かれていて誤りを含む場合は減点対象になり得るので注意すること.

1. 次の4文字の置換  $\sigma_k$  ( $k = 1, 2$ ) の符号  $\text{sgn}(\sigma_k)$  を求めよ.

(1)  $\sigma_1 = (2 \ 1 \ 3 \ 4)$

(2)  $\sigma_2 = (3 \ 4 \ 1 \ 2)$

2. (1)  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3\sqrt{6} \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$  を2辺とする平行4辺形の面積を求めよ.

(2)  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3$  を3辺とする平行6面体の体積を求めよ.

3. 次の行列  $A, B$  が逆行列を持つ場合はそれを求めよ. 持たない場合は「なし」と答えよ.

(1)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(2)  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 2 \\ -5 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -8 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4. 次の行列  $P_k, Q_k, R_k$  ( $k = 1, 2$ ) に対し,  $\det(P_k Q_k R_k)$  を求めよ.

(1)  $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $Q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $R_1 = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 8 & -5 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 3/2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

(2)  $P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $Q_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -3 & 2 & -5 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

5. 自然数  $n$  に対し,  $n$  次単位行列を  $E_n$  で表す.

(1)  $k$  を自然数とする. 4次正方行列

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

に対し,  $X^k$  を求めよ. ただし  $X^2 = XX$ ,  $X^3 = X^2X = XXX, \dots$  である.

(2) 実数を成分とする  $n$  次正方行列  $Y$  で

$$Y^2 = -2E_n$$

をみたすものは存在するか? 存在する場合は  $|\det Y|$  を求めよ. 存在しない場合は「存在しない」と答えよ.