

レポート問題は, その日の講義でやったことの復習になるはずなので, 早めにやることをおすすめします. 期限ギリギリに慌ててやっても得るものは多くないと思います.

提出されたレポートは 2 点満点で採点しています. 点数に一喜一憂せず, 書かれているコメントに注意してください. 今後 (この講義に限らず) 数学のレポートや試験の答案を書くときに参考になりそうなこと, もう少し大言壮語すると, 文書一般を書くときに参考になりそうなコメントをつけているつもりです. レポートの点数は補助的なもので, 試験の点をしっかり取れば問題なく単位を取れるはずです.

よくあるのは

- 「 $u, v$  1 次独立より」
- 「… . したがって示された .」

というような書き方です. こういう日本語には違和感を持ってください. それぞれ

- 「 $u, v$  が 1 次独立であることから」
- 「… . したがって  $\det \begin{pmatrix} u & v & u \times v \end{pmatrix} > 0$  が示された .」

のように書くべきでしょう.

講義でやったことは使って構いません. 最初のうちは「…より」のように何を使ったかを明記するといいでしょう. 根拠が然るべく書かれていないと「結論から逆算するとうなるはずだから」という答案に見えてしまい, 信憑性に欠けてしまいます. 自分はよくわかっている, ということアピールするように書くことは大事だと思います. また, 将来的に卒業論文などを書くとき, 先行研究の結果を使う際には出典を明らかにすることが大切で, その練習という意味合いもあるかもしれません.

講義でやった補題 1.4 から  $\det \begin{pmatrix} u & v & u \times v \end{pmatrix} = |u \times v|^2 \geq 0$  にたどり着くことは難しくないと思います. 考えてほしいのは等号が成立しないことを  $u, v$  の 1 次独立性を使って示す点で, きちんとやるのは案外難しいと思います.

まず演習 1-2 (2) より,  $u, v$  の 1 次独立性から  $|u|, |v| \neq 0$  がわかります. また講義でやった Cauchy-Schwartz の不等式の証明をよく見ると, ( $|u|, |v| \neq 0$  の状況では)  $u, v$  のなす角  $\theta$  が  $\sin \theta = 0$  をみたくことは Cauchy-Schwarz の不等式が等式になることと同値で, それは  $tu + v = 0$  となる  $t \in \mathbb{R}$  が存在する (つまり,  $u, v$  が 1 次従属である) ことと同値だとわかります. よって  $u, v$  の 1 次独立性から  $\sin \theta > 0$  がわかります. 以上のことと, 演習 1-3 (7) でやったことから,  $|u \times v| = |u||v| \sin \theta > 0$  であることがわかります.

$\sin \theta > 0$ , つまり  $\theta \neq 0, \pi$  である点については, 1 次独立な  $u, v$  は平行でないから, という答案も許容されるでしょう (「平行でない」というところは書いてほしい). ただし「なす角」の定義は絵を描いて行うものではないので, 正確には上記のようにすべきだと思います.

不等式の等号が成立するか否かは, 時として重大な差になります. 決して疎かにはできません. 同じようなことだと思いますが,

- 2 乗を外すときに絶対値をつける
- 0 で割ってはいけない, 文字を含む分母は 0 にならないか確認する
- 定義域が限られる関数 (対数関数など) に定義域外の値を代入していないか確認する
- …

といったことは, どんな数学をやっても常に注意しなければならないことです.