幾何入門 レポート問題 5（2019 年 5 月 17 日）コメント

担当：境 圭一

$f(x,y) := \displaystyle\sum_{k=3}^{a} kx^k + 6xy + \sum_{k=3}^{b} ky^k$ とおけば $\boldsymbol{V} = \mathrm{grad}(f)$ ですから，求める値は

$$f(\boldsymbol{l}(1)) - f(\boldsymbol{l}(0)) = \sum_{k=3}^{a} k + 6 + \sum_{k=3}^{b} k = \sum_{k=1}^{a} k + \sum_{k=1}^{b} k = \frac{a(a+1)+b(b+1)}{2} = \cdots = (n-30)^2 + 1640$$

です．答案としてはこれで十分です．f を求める過程は書く必要はなく，天下り的に f を与えてしまえば十分です．

適切でない書き方としてよく見るのは

$$（不適切）\quad f(x,y) = \sum_{k=3}^{a} kx^k + 6xy + \sum_{k=3}^{b} ky^k \text{ だから } \int_l \boldsymbol{V}\cdot d\boldsymbol{l} \overset{(*)}{=} f(\boldsymbol{l}(1)) - f(\boldsymbol{l}(0)) = \cdots$$

のような答案で，これでは $(*)$ の等号が成り立つ理由がわかりません．そもそも問題文に書かれていない f が急に登場して，それが $\sum_{k=3}^{a} kx^k + 6xy + \sum_{k=3}^{b} ky^k$ だと主張されても，読んでいるほうは何のことかまったく理解できません．正しくは

$$（よい）\quad f(x,y) = \sum_{k=3}^{a} kx^k + 6xy + \sum_{k=3}^{b} ky^k \text{ とおくと } \boldsymbol{V} = \mathrm{grad}(f) \text{ だから } \int_l \boldsymbol{V}\cdot d\boldsymbol{l} = f(\boldsymbol{l}(1)) - f(\boldsymbol{l}(0)) = \cdots$$

のように書くべきでしょう．境は講義をやっている身なので，$f = \cdots$ のように書いてあれば，$\boldsymbol{V}$ のポテンシャルを求めているのだということは推測できてしまいますが，この講義に関わっていない他の人が読んだ場合にはそんなことは期待できません．**書き手は責任をもって自分の主張を過不足なく説明しなければなりません．読み手に判断を委ねるような文章は，一般社会では受け入れてもらえません．**

また次の例も良くありません：

$$（不適切）\quad \boldsymbol{V} = \mathrm{grad}(f) \text{ より } f(x,y) = \sum_{k=3}^{a} kx^k + 6xy + \sum_{k=3}^{b} ky^k$$

$\boldsymbol{V} = \mathrm{grad}(f)$ をみたす f が存在するか否かは最初は不明なのですから，それが存在するかのような書き出しは変です．

$\boldsymbol{V}$ がポテンシャルを持つ場合は積分計算を省略できる，という問題でしたが，実はこの方法でできる線積分は，定義通りやっても計算できます．その理由は講義の補題 5.1 の証明を見ればわかります．積分を計算していくと，結局どこかで変数変換をすることになり，それがポテンシャルを求めることに他ならないことがわかります．ただし今回の問題だと，定義通りやるのは少々大変かもしれません．

今回の $\boldsymbol{l}$ は螺旋を表します（図 1 参照）．極座標 (r,θ) では，$a = \dfrac{4\sqrt{2}}{\pi}$ とおくと $r = a\theta$ で表され，Archimedes の螺旋などと呼ぶようです．

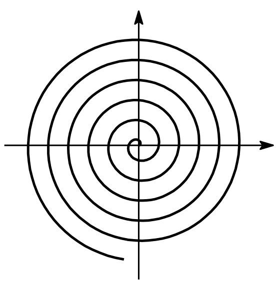

図 1　$\boldsymbol{l}$ が表す曲線