

例えば次のように計算するといいでしょう。

$$\begin{aligned}
 \text{左辺} &= \det \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 1 & 2a+6 & 5 \\ 1 & 2 & -2a-6 & (-1)^b \end{pmatrix} && \text{(3 列めに 1 列めを足す)} \\
 &= \det \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 1 & 2a+6 & 5 \\ 0 & -1 & -2a-3 & (-1)^b - 3 \end{pmatrix} && \text{(4 列めから 1 列めを引く)} \\
 &= 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 2a+3 & 2 \\ 1 & 2a+6 & 5 \\ -1 & -2a-3 & (-1)^b - 3 \end{pmatrix} && \text{(講義の系 7.6)} \\
 &= \det \begin{pmatrix} 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ -1 & -2a-3 & (-1)^b - 3 \end{pmatrix} && \text{(2 列めから 1 列めを引く)} \\
 &= \det \begin{pmatrix} 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & (-1)^b - 1 \end{pmatrix} && \text{(講義の命題 7.4)} \\
 &= 1 \cdot 3 \cdot ((-1)^b - 1).
 \end{aligned}$$

よって学籍番号が偶数の人は $\det A = 0$, 奇数の人は $\det A = -6$ です。

行列式の展開や行列の基本変形は複雑なので, 上のように具体的に何をやったか書かないと, 他の人が (例えば採点者が) 見たとき, 何をやっているか理解するのが大変です. 読む人のことを考えた文章を書くことをいつも心がけてください. 途中の説明がないものは, 厳しいようですが, 少し減点しています. すべてをわかりやすくきちんと説明してくれた人も少なからずいます. そういう答案はもちろん満点です.

多かった誤りを挙げます.

- (適切でない) 3 行目 + 1 行目で $\det A = \det \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 1 & 2a+6 & 5 \\ 1 & 2 & -2a-6 & (-1)^b \end{pmatrix} = \dots$

→やっていることは「3 行目に 1 行目を足す」ですが, 書いてあることは「1 行目に 3 行目を足す」と解釈される危険があります.

- (誤り) $\det A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 1 & 2a+6 & 5 \\ 1 & 2 & -2a-6 & (-1)^b \end{pmatrix} = \dots$

→ $\det A$ は実数で, 右辺は行列です. このように性質の異なるものが等号で結ばれるのは誤りです.

- (誤り) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 2a+3 & 2 \\ 0 & 1 & 2a+6 & 5 \\ 1 & 2 & -2a-6 & (-1)^b \end{pmatrix} = \dots$

→行・列基本変形は行列を他の行列に変えますから, 変形の結果はもとの行列とは等しくありません. 左辺と右辺の \det は等しくなりますが, 行列としては異なるものです.

単に○と書いてあれば 10 点で, 減点されている場合は右下あたりに点数が書いてあります.