

注意. 答案用紙には答のみ記入すること. 途中経過が書かれていて誤りを含む場合は減点対象になり得る.

1. 次のベクトル  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  のなす角を求めよ.

$$(1) \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2) \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2.  $A = \begin{pmatrix} a & 2a-3 \\ 1 & a-2 \end{pmatrix}$  が逆行列を持たないような定数  $a$  の値をすべて求めよ.

3. 次の行列  $B, C$  が逆行列  $B^{-1}, C^{-1}$  を持つ場合はそれを求め, 持たない場合は「なし」と答えよ.

$$(1) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad (2) C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. 次の行列  $P, Q$  の階数  $\text{rank } P, \text{rank } Q$  を求めよ.

$$(1) P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) Q = \begin{pmatrix} 1 & & & & 1 \\ & 1 & & & 1 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & n-1 \end{pmatrix} \Bigg\} n \quad (n \geq 2)$$

つまり  $Q$  は  $n$  次正方行列で,  $Q = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$  とおくと

- $a_{11} = a_{22} = \cdots = a_{n-1, n-1} = 1, \quad a_{nn} = n-1,$
- $a_{1n} = a_{2n} = \cdots = a_{n-1, n} = 1, \quad a_{n1} = a_{n2} = \cdots = a_{nn-1} = 1,$
- 上記以外の  $a_{ij} = 0$

5.  $2 \times 2$  行列  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  が  $a+d=2, \det X=1$  をみたすとき, 自然数  $n$  に対し,  $X^n$  を求めよ.