空間と関数の双対的観点から見る非可換 **Pontryagin** 双対の整数論との関わり

三原朋樹

数論における幾何的対象と聞いて多くの人が思い浮かべるのは scheme だと思われるが、実は代数と幾何を結ぶ理論は整数論において数多く用いられ、それぞれ固有の幾何的対象が考えられている。そういったもののうち個人的に代表的だと思ったものを以下に表としてまとめた。

分野名	代数側の対象	幾何側の対象	備考
可換 C^* 環論	可換 C^* 環	位相空間	始対象 $\mathbb{C}$
複素幾何	収束冪級数環	複素多様体	始対象 $\mathbb{C}$
代数幾何	可換環	scheme	$\mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{A}^1$
形式幾何	adic 環	形式 scheme	$\mathbb{Z}_p \leftrightarrow \mathbb{D}^1$
rigid 幾何	可換 Banach 環	Berkovich 空間	$\mathbb{Z} \leftrightarrow \mathbb{P}^1$
数論的 topology	代数的不変量	実多様体	$\mathbb{Z} \leftrightarrow \mathrm{S}^3$
導来代数幾何	可換環 spectrum	導来 scheme	始対象 $\mathbb{S}$
:	:	:	:

もちろんこれらはほんの代表例に過ぎず、数論幾何全体では他にも様々な幾何的対象が扱われている。分野や幾何的対象の名前だけでも挙げておくと、例えば Arakelov 幾何、Raynaud generic fibre、adic 空間、Riemann–Zariski 空間、uniformly rigid 空間、dagger 空間、等がある。

Berkovich 空間はこういった数ある幾何的対象の中でも特に深く「代数・幾何・解析」が織り混ざった研究対象であり、それ特有の興味深い性質が数多く挙げられる。例えば Berkovich 空間の局所的な構成要素である affinoid 空間は、コンパクトなだけでなくハウスドルフであるという数論における他の幾何的対象にはあまり見られない位相的特徴を持つ。今回はそういった位相的特徴に目を付け、古典的な Pontryagin 双対の 1 つの非可換類似を紹介する。