

Some cycles of the space of framed long knots and the Vassiliev invariants

境 圭一

2022 年 9 月 2 日

結び目の Vassiliev 不変量は三価グラフコサイクルに付随する配置空間積分によって記述できる [1, 7]. 一方, 三価でないグラフコサイクルからは (long) knot の空間の正の次数のコホモロジー類が得られる [2]. 具体的な非三価グラフコサイクルから得られる 1 次コホモロジー類 (あるいは, それに相当するコホモロジー類) について, Gramain 1 サイクル [4], Fox-Hatcher 1 サイクル [3, 5] と呼ばれるサイクル上での積分も Vassiliev 不変量を与えるという事実がいくつか知られている [8, 9, 10, 11, 12]. このあたりの事情を, 配置空間積分の立場から, なるべく一般的に眺めてみたい. この講演の内容は, 加納早貴氏と共同で 3 次の Vassiliev 不変量を得た計算 [6] がもとになっている.

参考文献

- [1] R. Bott and C. Taubes, *On the self-linking of knots*, J. Math. Phys. **35** (1994), no. 10, 5247–5287.
- [2] A. Cattaneo, P. Cotta-Ramusino, and R. Longoni, *Configuration spaces and Vassiliev classes in any dimensions*, Algebr. Geom. Topol. **2** (2002), 949–1000.
- [3] R. H. Fox, *Rolling*, Bull. Amer. Math. Soc. **72** (1966), 162–164.
- [4] A. Gramain, *Sur le groupe fondamental de l'espace des noeuds*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **27**, no. 3 (1977), 29–44.
- [5] A. Hatcher, *Topological moduli space of knots*, available at <http://www.math.cornell.edu/hatcher/Papers/knotspaces.pdf>.
- [6] S. Kanou and K. Sakai, *The Fox-Hatcher cycle and a Vassiliev invariant of order three*, arXiv.2203.15329.
- [7] T. Kohno, *Vassiliev invariants and de Rham complex on the space of knots*, Symplectic geometry and quantization (Sanda and Yokohama, 1993), Contemp. Math., vol. 179, pp. 123–138.
- [8] R. Longoni, *Nontrivial classes in $H^*(\text{Imb}(S^1, \mathbb{R}^n))$ from nontrivalent graph cocycles*, Int. J. Geom. Methods Mod. Phys. **1**, no. 5 (2004), 639–650.
- [9] A. Mortier, *Combinatorial cohomology of the space of long knots*, Algebr. Geom. Topol. **15** (2015), no. 6, 3435–3465.
- [10] K. Pelatt and D. Sinha, *A geometric homology representative in the space of long knots*, Manifolds and K-theory, Contemp. Math. **682**, 167–188, 2017.
- [11] K. Sakai, *An integral expression of the first non-trivial one-cocycle of the space of long knots in \mathbb{R}^3* , Pac. J. Math. **250** (2011), no. 2, 407–419.
- [12] V. Turchin, *Calculating the First Nontrivial 1-Cocycle in the Space of Long Knots*, Math. Notes **80** (2006), no. 1, 101–108.