

低次元球面上の有限群の滑らかな odd-Euler-characteristic action について

津山工業高等専門学校 総合理工学科 田村 俊輔

G を有限群, M を滑らかな G -作用をもつ滑らかな多様体とする. M 上の G -作用が odd-Euler-characteristic action (resp. one-fixed-point action) であるとは, G -不動点集合 M^G のオイラー標数が奇数 (resp. G -不動点集合 M^G がちょうど 1 点集合) であるときをいう. D. Montgomery–H. Samelson は, 球面上の有限群の滑らかな one-fixed-point action は存在しないだろうと予想した. この予想は, 5次元以下の球面に対しては正しく, 6次元以上の球面に対しては誤りであることが様々なトポロジストによって証明された. 本研究における 1つ目の結果として, 5次元以下の球面は有限群の滑らかな odd-Euler-characteristic action も許容しないことを証明した. もう 1つの結果は 6次元球面上の有限群の滑らかな odd-Euler-characteristic action に関する結果である. 5次交代群を A_5 , 5次対称群を S_5 , 位数 2 の群を C_2 で表す. 最近, 森本雅治は 6次元球面には, A_5 , S_5 , $A_5 \times C_2$ の滑らかな one-fixed-point action が存在することを示し, 6次元球面に滑らかな one-fixed-point action をもつような有限群はこれら 3つしか存在しないであろうと予想した. 本研究の 2つ目の結果として, 6次元球面上の有限群の滑らかな odd-Euler-characteristic action が存在するならば, その有限群は A_5 , S_5 , $A_5 \times C_2$ のいずれかの有限群に同型であり, その不動点集合は 1 点集合でなければならないことを示し, 彼の予想を肯定的に解決することができた.