

# Loop Operations and Non-commutative Geometry

東京大学数理科学研究科 谷口 東曜

Toyo Taniguchi

Graduate School of Mathematical Sciences,  
The University of Tokyo

## 概要

有向曲面上のループ空間のホモロジーには、閉曲線たちの交差から定まる Goldman–Turaev Lie 双代数と呼ばれる構造があり、これは純粋に位相的な演算として定義される。境界の空でない曲面のときは、Alekseev–河澄–久野–Naef により代数的な記述が得られている。本講演では、そこに現れる発散写像を紹介し、さらにそれを理解する枠組みとして非可換幾何における接続の理論との関連について説明する。これを応用して、閉曲面の場合に同様の結果を得た。

## 参考文献

- [AKKN23] Anton Alekseev, Nariya Kawazumi, Yusuke Kuno, and Florian Naef. The Goldman–Turaev Lie bialgebra and the Kashiwara–Vergne problem in higher genera. 2023. [arXiv:1804.09566v3](#).
- [ANPŠ24] Anton Alekseev, Florian Naef, Ján Pulmann, and Pavol Ševera. Batalin–Vilkovisky structures on moduli spaces of flat connections. *Advances in Mathematics*, 443:109580, 2024. [arXiv:2210.08944](#), [doi:10.1016/j.aim.2024.109580](#).
- [Gin05] Victor Ginzburg. Lectures on noncommutative geometry. 2005. [arXiv:math/0506603](#).
- [Gol86] William M. Goldman. Invariant functions on Lie groups and Hamiltonian flows of surface group representations. *Inventiones mathematicae*, 85(2):263–302, 1986. [doi:10.1007/BF01389091](#).
- [Tan24] Toyo Taniguchi. Non-commutative divergence and the Turaev cobracket. 2024. [arXiv:2403.16566](#).
- [Tur91] Vladimir G. Turaev. Skein quantization of Poisson algebras of loops on surfaces. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, Ser. 4, 24(6):635–704, 1991. [doi:10.24033/asens.1639](#).
- [Vai07] Dmitry Vaintrob. A relationship between Hochschild cohomology and the Goldman bracket for compact oriented two-dimensional manifolds. 2007. URL: <https://web.mit.edu/rsi/www/pdfs/papers/2006/2006-mitkav.pdf>.