第１９回代数学若手研究会

アブストラクト

信州大学

2014 年 2 月 26 日～2 月 28 日

はめ込みと $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$

金城 就実 *

信州大学大学院理工学系研究科 修士課程２年

二つの多様体が与えられたとき，それらの間に埋め込み（はめ込み）が存在するかを判定すること，さらにそのような写像全体を分類することは，位相幾何学の中心的な話題のひとつである．多様体のはめ込みの正則ホモトピーによる分類問題は，Smale–Hirsch の理論（[5, 2]）によりホモトピー論に帰着した．特に，n 次元球面 S^n の N 次元空間 $\mathbb{R}^N$ へのはめ込みの場合，はめ込み $S^n \looparrowright \mathbb{R}^N$ 全体を正則ホモトピーによって分類した空間 $\mathrm{Imm}[S^n, \mathbb{R}^N]$ には連結和により群構造が入り，Stiefel 多様体 $V_{N,n}$ の n 次ホモトピー群 $\pi_n(V_{N,n})$ と同型となる．この同型によって与えられる $\pi_n(V_{N,n})$ の値をはめ込みの **Smale 不変量**と呼ぶ．

さて，$n = 3$, $N = 4$ の場合，Smale–Hirsch の定理により

$$\mathrm{Imm}[S^3, \mathbb{R}^4] \cong \pi_3(V_{4,3}) \cong \pi_3(SO_4) \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$$

である．つまり，$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ をはめ込みを用いて理解することができる（[3, 1]）．特に，Hughes [3] は "球面の裏返し" を用いて $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ の生成元を構成している．

今回の講演では，[3] で構成された $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ の生成元を紹介する．また，[4] で構成した Dynkin 図形に付随したはめ込み $S^3 \looparrowright \mathbb{R}^4$ の構成法とその Smale 不変量にいても述べたい．

参考文献

[1] T. Ekholm and M. Takase, Singular Seifert surfaces and Smale invariants for a family of 3-sphere immersions, *Bull. London Math. Soc.* **43** (2011) 251–266.

[2] M. W. Hirsch, Immersions of manifolds, *Trans. Amer. Math. Soc.*, **93** (1959) 242–276.

[3] J. Hughes, Bordism and regular homotopy of low-dimensional immersions, *Pacific J. Math.* **156** (1992) 155–184.

[4] S. Kinjo, Immersions of S^3 into $\mathbb{R}^4$ associated with Dynkin diagrams of types A and D, preprint, arXiv:1309.6526.

[5] S. Smale, The classification of immersions of spheres in Euclidean spaces, *Ann. of Math. (2)* **69** (1959) 327–344.

*skinjo@math.shinshu-u.ac.jp

非可換群を用いた完全準同型暗号

縫田　光司（ぬいだ　こうじ）

産業技術総合研究所

「公開鍵暗号」とは、誰もが入手できる公開情報（「公開鍵」）を用いて通信したいメッセージを暗号文に変換する暗号化アルゴリズムと、受信者だけが知っている秘密情報（「秘密鍵」）を用いて暗号文をもとのメッセージへ戻す復号アルゴリズムを備えた暗号技術のことである。暗号化と復号のアルゴリズムを適切に設計することで、攻撃者が公開鍵と暗号文のペアを入手したとしても、もとのメッセージの情報が得られないようにすることが目標である。

近年の暗号分野では、単にメッセージを守るだけに留まらない様々な追加機能を備えた公開鍵暗号技術が研究されている。暗号文に対してある特殊な操作を施すことで、もとのメッセージの演算結果に対応した新たな暗号文を得ることができる「準同型暗号」もそうした高機能暗号技術の一つである。例えば、ビット $b_1, b_2 \in \{0,1\}$ の暗号文 c_1, c_2 が与えられたとき、$b_1 \wedge b_2$（AND 演算）、$b_1 \vee b_2$（OR 演算）、$\neg b_1$（NOT 演算）という三つのビットに対応する暗号文を、c_1 と c_2 および公開鍵だけを用いて生成できる（その際、元々の二つのビットや演算後のビットは秘密のままである）ような準同型暗号の具体的構成がこれまでに与えられている。そうした暗号技術は「完全準同型暗号」と呼ばれている（「完全」という接頭語は、上記三種のビット演算の組合せにより原理的にはあらゆるデータ操作が可能となることによる）。

話者の最近の研究では、これまで（完全）準同型暗号の構成に応用されることのなかった非可換群を用いた完全準同型暗号の新たな構成を考案した。その中心となるアイデアは、非可換群 G における交換子演算の入力の片方をランダムな共役元で置き換えた確率的演算 $(x_1, x_2) \mapsto [gx_1g^{-1}, x_2]$ の利用である（ここで g は群 G の一様ランダムな元を表す）。直感的に述べると、話者が考案した暗号方式では、x_1 と x_2 が単位元でない状況において上記の演算結果が単位元になる確率が可能な限り小さくなるような群 G を用いることが望ましい。本研究では、こうした群は「交換子に関して分離的」であると称している（この概要では厳密な定義は割愛する）。例えば（充分大きな）有限体上の 2 次特殊線型群 $SL_2(\mathbb{F}_q)$ がこうした群の具体例である。本発表では、話者による非可換群を用いた完全準同型暗号の構成を紹介し、交換子に関して分離的な群の具体例の探索など関連する数学的問題の提案を行う。

多面体領域の正規確率の満たすホロノミック系

小山 民雄 (神戸大学)

ホロノミック勾配法は [3] において提案された, 数式処理を利用した数値計算の手法である．この手法では, 評価したい関数の満たす微分方程式を利用して数値計算を行う．統計学に現れる様々な正規化定数や領域確率はパラメータの関数と見なすことができるので, その数値計算へのホロノミック勾配法の応用が期待される．

d 次元ユークリッド空間の有限個の半空間の共通部分として表される領域を多面体領域と呼ぶ. すなわち, 集合 $P \subset \mathbf{R}^d$ が多面体領域であるとは, 適当な実数 a_{ij}, b_j により $P := \{x \in \mathbf{R}^d : \sum_{i=1}^d a_{ij}x_i + b_j \geq 0\,(1 \leq j \leq n)\}$ と書けることことを言う．多変量正規分布に従う確率ベクトル X が領域 P に値をとる確率を多面体領域の正規確率と呼ぶ. この確率を数値的に評価することは, 統計学の応用において重要とされている [2].

多面体領域 P の facet を $F_1, \ldots, F_n$ で表すことにし, $\mathcal{F} := \left\{ J \subset [n] : \bigcap_{j \in J} F_j \neq \emptyset \right\}$ を P に付随する abstract simplicial complex と呼ぶことにする．多面体領域 P が一般の位置にあるという仮定の下で, 多面体領域の正規確率は、

$$\int_{\mathbf{R}^d} \frac{1}{(2\pi)^{d/2}} \exp\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^d x_i^2\right) \sum_{J \in \mathcal{F}} \prod_{J \in F} \left(H\left(\sum_{i=1}^d a_{ij}x_i + b_j\right) - 1\right) dx \tag{1}$$

と書き表すことが出来る．ここで,$H(x)$ は Heaviside 関数である。この積分は変数 a_{ij}, b_j について実解析関数を定めることが証明できる。

さらに、式 (1) の被積分関数の満たす holonomic module の積分加群を計算することにより, 次の定理を得る.

Theorem 1. 式 (1) で定義される関数を $g(a, b)$ とおく．集合 $J \subset [n]$ に対し,$g^J := \left(\prod_{j \in J} \partial_{b_j}\right) g$ とおくと,$(g^J)_{J \in \mathcal{F}}$ は次の微分方程式を満たす.

$$\left(\partial_{a_{ij}} - \sum_{k=1}^n a_{ik}\partial_{b_k}\partial_{b_j}\right) g^J = 0 \quad (1 \leq i \leq d,\, 1 \leq j \leq n,\, J \in \mathcal{F}), \tag{2}$$

$$\partial_{b_j} g^J - g^{J \cup \{j\}} = 0 \quad (j \in J^c,\, J \in \mathcal{F}), \tag{3}$$

$$(b_j + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^d a_{ij}a_{ik}\partial_{b_k}) g^J = 0 \quad (j \in J,\, J \in \mathcal{F}), \tag{4}$$

$$g^J = 0 \quad (J \notin \mathcal{F}). \tag{5}$$

さらに, この微分方程式系が定める左 D 加群 M は *holonomic module* で、その *holonomic rank* は P の空でない面の個数に等しい。

References

[1] T. Koyama, Holonomic modules associated with multivariate normal probabilities of polyhedra `http://arxiv.org/abs/1311.6905`, 2013.

[2] D. Q. Naiman and H. P. Wynn. Abstract tubes, improved inclusion-exclusion identities and inequalities and importance sampling. *The Annals of Statistics*, 25(5):1954–1983, 1997.

[3] H. Nakayama, K. Nishiyama, M. Noro, K. Ohara, T. Sei, N. Takayama, and A. Takemura. Holonomic gradient descent and its application to the Fisher-Bingham integral. *Advances in Applied Mathematics*, 47:639–658, 2011.

擬スキーモイドとBaues–Wirschingコホモロジーについて

百瀬　康弘　(信州大学大学院 総合工学系研究科)*

本研究は沼田泰英氏 (信州大学) との共同研究に基づく結果である.

アソシエーションスキームという概念は代数的組合せ論における重要な研究対象である. 一方, アソシエーションスキームを小圏の表現論およびホモトピー論を用いて研究するためにKuribayashi–Matsuo [2] は (擬) スキーモイドという概念を与えた.

定義 1. 小圏$\mathcal{C}$と射全体の集合の分割Sとの組$(\mathcal{C}, S)$が擬スキーモイドとは, Sの元σ, τ, μとμの元f, gに対して集合として$P^f_{\sigma\tau} \cong P^g_{\sigma\tau}$となるときをいう. 但し, Sの元σ, τと$\mathcal{C}$の射fに対して$P^f_{\sigma\tau} = \{\, (u, v) \in \sigma \times \tau \mid u \circ v = f \,\}$である.

擬スキーモイド$(\mathcal{C}, S)$を研究する手段として, それから得られるスキーモイド代数と呼ばれる体k上の代数$k(\mathcal{C}, S)$上の加群を調べることが挙げられる. 我々は左$k(\mathcal{C}, S)$-加群Mを調べるためにBaues–Wirsching [1] によって導入されたある関手Dを係数に持つ小圏のコホモロジー$\mathrm{H}^n_{BW}(\mathcal{C}, D)$を用いた. ここでは特に左$k(\mathcal{C}, S)$-加群$M$によるある種の$(\mathcal{C}, S)$の表現に当たる関手$D_M : \mathcal{C} \to k\text{-Mod}$を用いた係数を考える.

定義 2. 擬スキーモイド$(\mathcal{C}, S)$と左$k(\mathcal{C}, S)$-加群Mに対して, スキーモイドコホモロジー$\mathrm{H}^n((\mathcal{C}, S); M)$を$\mathrm{H}^n((\mathcal{C}, S); M) = \mathrm{H}^n_{BW}(\mathcal{C}, D_M \circ t)$と定義する. 但し, tはターゲット関手と呼ばれる関手である.

$\mathrm{H}^n((\mathcal{C}, S); M)$は次で与えられる同値関係の不変量である.

$(\mathcal{C}, S)$と$(\mathcal{E}, H)$を擬スキーモイド, Mを左$k(\mathcal{C}, S)$-加群, Nを左$k(\mathcal{E}, H)$-加群とする.

定義 3. MとNがd-同値とは, $D_M \circ F$とD_Nが関手圏の導来圏$\mathrm{D}(k\text{-}\mathrm{Mod}^{\mathcal{E}})$で同型となるような同値$F : (\mathcal{E}, H) \to (\mathcal{C}, S)$が存在するときをいう.

このd-同値によりスキーモイド代数上の加群を分類するために$\mathrm{H}^n((\mathcal{C}, S); M)$の計算は重要である. 以降$\mathcal{C}$としてposet Pと同一視でき, クイバーQによって自由生成された小圏のみを考える. このときBaues–Wirschingコホモロジーには次の事実がある.

- 関手$F : \mathcal{C} \to k\text{-Mod}$に対して, $\mathrm{H}^0_{BW}(\mathcal{C}, F \circ t) \cong \lim_{\mathcal{C}} F$となる.
- 任意の$n \geq 2$と係数Dに対して, $\mathrm{H}^n_{BW}(\mathcal{C}, D) = 0$となる.

よって, この$\mathcal{C}$に対してはあと1次のコホモロジーを計算することになる.

また, 後に$\mathrm{H}^n((\mathcal{C}, S); M)$に適用するために圏代数$k\mathcal{C}$上の加群$N$に対して得られる関手$\pi_{\mathcal{C}}(N) : \mathcal{C} \to k\text{-Mod}$を用いた係数を考えた. ここで$\pi_{\mathcal{C}}$とは, Mitchell対応と呼ばれる$k\mathcal{C}$-Modから$k\text{-Mod}^{\mathcal{C}}$への関手であり, $\mathcal{C}$の対象が有限のとき$\pi_{\mathcal{C}}$は圏の同値を与える.

講演では$\mathrm{H}^1_{BW}(\mathcal{C}, \pi_{\mathcal{C}}(N) \circ t)$を$Q$の道を用いて記述したことを話したいと思う.

参考文献

[1] H. J. Baues and G. Wirsching, Cohomology of small categories. *J. Pure Appl. Algebra*, 38(2-3):187–211, 1985.

[2] K. Kuribayashi and K. Matsuo, Association schemoids and their categories. to appear in Applied Categorical Structures, preprint (2013). arXiv:1304.6883 math. CT.

* e-mail: `momose@math.shinshu-u.ac.jp`

スーパー代数群上の積分について

筑波大学 数理物質科学研究科 数学専攻
柴田大樹

局所コンパクト群上には，ハール積分と呼ばれる左作用に関して不変な積分が定数倍を除いて一意的に存在することが知られている．Sweedler は，この概念を代数的に形式化することで，代数群上の積分を定義した．代数群上の積分は一般には存在するとは限らないが，もし存在すれば定数倍を除いて一意的であることが知られている．代数群上の積分の研究はその表現論において非常に重要であり，例えば，有限次元加群の完全可約性や，入射加群の射影性などは積分に関する条件に帰着されることが知られている．

近年，数理物理学からの要請により，“スーパー対称性の数学” の研究が盛んになされている．その中でも特に我々が興味を持っているのはスーパー代数群の研究である．この概念は，次の対称テンソル圏に関する Deligne の結果から見て非常に重要である．

定理 (Deligne [1])**.** 標数ゼロの代数閉体上のリジッド対称テンソル・アーベル圏で，ある緩やかな条件をみたすものは，あるスーパー群の有限次元加群の圏として実現される．

代数群の表現論において積分の研究が重要であることについては既に述べたが，スーパー代数群に対しても積分の概念が定義され，表現論と積分の性質との間にも通常の代数群の場合と同様の関係があることが知られている．しかしながら，そもそもスーパー代数群上の積分がいつ存在するのかなどといった基本的な事柄に関しては，具体的なスーパー代数群に関する結果はいくつかあるものの，統一的な理論は知られていない．本講演では，増岡 彰 (筑波大学) 及び Craig Pastro (九州大学) との共同研究によって得られた，スーパー代数群上の積分の存在性に関する以下の結果を紹介したい．

主結果 (Masuoka-Pastro-S., in preparation)**.** スーパー代数群が積分を持つことと，付随する通常の代数群が積分を持つことは同値である．

証明においては，増岡によるスーパー代数群の Harish-Chandra ペアの理論 [2] が本質的な役割を果たす．時間に余裕があれば，この定理のスーパー代数群の完全可約性への応用を紹介したい．

参考文献

[1] P. Deligne, *Catégories tensorielles*, Moscow Math. Journal **2** (2002), no.2, 227–248.

[2] A. Masuoka, *Harish-Chandra pairs for algebraic affine supergroup schemes over an arbitrary field*, Transform. Groups **17** (2012), no.4, 1085–1121.

テンソル圏のユニモジュラー性に関して

清水健一* (名古屋大学多元数理科学研究科)

局所コンパクト群 G 上には**左ハール測度**と呼ばれる群の左作用に関して不変な測度 μ が一意的に存在する。一般には μ は右作用に関して不変ではなく、そのズレを記述するのが**モジュラー関数**と呼ばれる G 上の関数である。モジュラー関数が恒等的に 1 であるとき、G は**ユニモジュラー**であると言われる。ユニモジュラー性はこのように解析的な言葉を用いて定義されているが、代数的に形式化することも可能であり、例えばアフィン代数群スキーム、あるいはもっと一般にホップ代数のユニモジュラー性を定義することができる。詳しくは [2] を参照されたい。

さて、量子群などのホップ代数から絡み目や三次元多様体の不変量を構成する方法が数多く知られているが、それらの多くはテンソル圏の枠組みから理解することが可能である。我々は、未だそのような理解の与えられていない、**有限次元ユニモジュラーホップ代数を用いて位相不変量を構成するいくつかの方法をテンソル圏の枠組みを用いて理解し、より一般的な構成へと拡張したい**。その際にまず問題になるのは、**そもそもテンソル圏がユニモジュラーであるとはどういうことか**ということである。

Etingof-Nikshych-Ostrik [1] は finite tensor category と呼ばれるクラスのテンソル圏 $\mathcal{C}$ に対し、その "distinguished invertible object" と呼ばれる対象 $D \in \mathcal{C}$ を定義し、それを用いて $\mathcal{C}$ のユニモジュラー性を定義した。この対象 D は局所コンパクト群上のモジュラー関数に対応するものであるが、$\mathcal{C}$-加群圏 ($\mathcal{C}$-module category) の森田理論から得られるある圏同値を用いて定義されるため、扱いにくいものとなっている。本講演では、**$\mathcal{C}$ の中心と呼ばれる組みひも圏 $\mathcal{Z}(\mathcal{C})$ を用いた対象 D および $\mathcal{C}$ のユニモジュラー性の特徴づけ** [3] に関して説明する。もし時間に余裕があれば、トポロジーなどへの応用を紹介したい。

参考文献

[1] P. Etingof, D. Nikshych, and V. Ostrik. An analogue of Radford's S^4 formula for finite tensor categories. *Int. Math. Res. Not.* (54):2915–2933, 2004.

[2] S. Montgomery. Hopf algebras and their actions on rings. *Amer. Math. Soc.*, Providence, 1993.

[3] K. Shimizu. A characterization of unimodular finite tensor categories (in preparation).

* e-mail: `x12005i@math.nagoya-u.ac.jp`, 日本学術振興会特別研究員 (PD). 本研究は日本学術振興会特別研究員奨励費 (24・3606) の助成を受けている。

SPECIALIZATION ORDERS ON ATOM SPECTRA OF GROTHENDIECK CATEGORIES

RYO KANDA

The aim of this talk is to provide systematic methods to construct Grothendieck categories with remarkable structures and to establish a theory of the specialization orders on the spectra of Grothendieck categories.

In commutative ring theory, Hochster characterized topological spaces appearing as the prime spectra of commutative rings ([Hoc69, Theorem 6 and Proposition 10]). Speed [Spe72] pointed out that Hochster's result gives the following characterization of partially ordered sets appearing as the prime spectra of commutative rings.

Theorem 1 (Hochster [Hoc69, Proposition 10] and Speed [Spe72, Corollary 1])**.** *Let P be a partially ordered set. Then P is isomorphic to the prime spectrum of some commutative ring with the inclusion relation if and only if P is an inverse limit of finite partially ordered sets in the category of partially ordered sets.*

In [Kan12a] and [Kan12b], we investigated Grothendieck categories by using the associated topological spaces called the *atom spectra* of them. For a Grothendieck category $\mathcal{A}$, the atom spectrum $\operatorname{ASpec}\mathcal{A}$ has a partial order. For a commutative ring R, the partially ordered set $\operatorname{ASpec}(\operatorname{Mod}R)$ is isomorphic to the prime spectrum $\operatorname{Spec}R$ with the inclusion relation. Hence we can consider that the atom spectrum of a Grothendieck category is a (noncommutative) generalization of the prime spectrum of a commutative ring, and it is natural to ask *which partially ordered sets appear as the atom spectra of Grothendieck categories.*

In order to answer this question, we introduce a construction of Grothendieck categories by using colored quivers. A sextuple (Q_0, Q_1, C, s, t, u) is called a *colored quiver* if (Q_0, Q_1, s, t) is a quiver (not necessarily finite), C is a set (of colors), and $u\colon Q_1 \to C$ is a map. From a colored quiver which satisfies some condition of local finiteness, we construct a Grothendieck category associated to the colored quiver. By using this construction, we can show the following result, which is a complete answer to the above question.

Theorem 2 ([Kan13])**.** *For any partially ordered set P, there exists a Grothendieck category $\mathcal{A}$ such that the atom spectrum $\operatorname{ASpec}\mathcal{A}$ is isomorphic to P as a partially ordered set.*

References

[Hoc69] M. Hochster, Prime ideal structure in commutative rings, *Trans. Amer. Math. Soc.* **142** (1969), 43–60.

[Kan12a] R. Kanda, Classifying Serre subcategories via atom spectrum, *Adv. Math.* **231** (2012), no. 3–4, 1572–1588.

[Kan12b] R. Kanda, Extension groups between atoms and objects in locally noetherian Grothendieck category, arXiv:1205.3007v2, written in 2012, 17 pp.

[Kan13] R. Kanda, Specialization orders on atom spectra of Grothendieck categories, arXiv:1308.3928v2, written in 2013, 39 pp.

[Spe72] T. P. Speed, On the order of prime ideals, *Algebra Universalis* **2** (1972), 85–87.

Graduate School of Mathematics, Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi-ken, 464-8602, Japan

E-mail address: `kanda.ryo@a.mbox.nagoya-u.ac.jp`

2010 *Mathematics Subject Classification.* 18E15 (Primary), 16D90, 16G30, 13C05 (Secondary).

The author is a Research Fellow of Japan Society for the Promotion of Science. This work is supported by Grant-in-Aid for JSPS Fellows 25·249.

ON ISOMORPHISMS OF GENERALIZED MULTIFOLD EXTENSIONS OF ALGEBRAS WITHOUT NONZERO ORIENTED CYCLES

MAYUMI KIMURA

Throughout this note $\Bbbk$ is an algebraically closed field, and all algebras considered here are assumed to be basic finite-dimensional associative $\Bbbk$-algebras, which are regarded as $\Bbbk$-categories by fixing a basic set of primitive idempotents of A. Let A be an algebra. If $\psi \in \mathrm{Aut}(A)$, then ψ canonically induces an automorphism $\hat{\psi}$ of $\hat{A}$. A category of the form $T^n_\psi(A) := \hat{A}/\langle \hat{\psi}\nu^n_A \rangle$ with $n \in \mathbb{Z}$ is called a *twisted n-fold extension* of A, where ν_A is the Nakayama automorphism of $\hat{A}$. An automorphism ϕ of the repetitive category $\hat{A}$ is said to *have a jump $n \in \mathbb{Z}$* if $\phi(A^{[0]}) = A^{[n]}$. Note that in this case ϕ induces an automorphism $\phi_0 := (\mathbb{1}^{[0]})^{-1}\nu_A^{-n}\phi\mathbb{1}^{[0]}$ of A. A category of the form $\hat{A}/\langle\phi\rangle$ with ϕ an automorphism of $\hat{A}$ having a jump n is called a *generalized n-fold extension* of A (or a *generalized multifold extension* of A if n is not specified). Twisted n-fold extensions of A are generalized n-fold extensions of A.

An algebra A is called *piecewise hereditary* of *tree type* T if it is derived equivalent to a hereditary algebra H and the underlying graph of the quiver of H is a tree T. In [1] we gave a derived equivalence classification of generalized multifold extensions of piecewise hereditary algebras of tree type. Then we have proved that a generalized n-fold extension $\hat{A}/\langle\phi\rangle$ of A is derived equivalent to a twisted n-fold extension $T^n_{\phi_0}(A)$ of A. And we posed the following question.

Question. *When are the algebras $\hat{A}/\langle\phi\rangle$ and $T^n_{\phi_0}(A)$ isomorphic?*

In this talk we give an answer as a corollary of the following theorem.

Theorem. *Let A be an algebra without nonzero oriented cycles and $\phi, \psi \in \mathrm{Aut}(\hat{A})$ with a jump $n \in \mathbb{Z}$. If $\phi_0 = \psi_0$, then $\hat{A}/\langle\phi\rangle$ and $\hat{A}/\langle\psi\rangle$ are isomorphic.*

References

[1] Asashiba, H.; Kimura, M.: *Derived equivalence classification of generalized multifold extensions of piecewise hereditary algebras of tree type*, to appear in Algebra and Discrete Mathematics Journal

Graduate School of Science and Technology, Shizuoka University
E-mail address: f5144005@ipc.shizuoka.ac.jp

Tilted algebras and configurations of self-injective algebras of Dynkin type

Ken Nakashima (Graduate School of Science, Shizuoka University)

This is a joint work with H. Asashiba, and is a generalization of H. Suzuki's Master thesis. Throughout this talk n is a positive integer and $\Bbbk$ is an algebraically closed field, and all algebras considered here are assumed to be basic, connected, finite-dimensional associative $\Bbbk$-algebras.

Let Δ be a Dynkin graph of type A, D, E with the set $\Delta_0 := \{1, \dots, n\}$ of vertices. We set $\mathbf{C}_n$ to be the set of configurations on the translation quiver $\mathbb{Z}\Delta$, and $\mathbf{T}_n$ to be the set of isoclasses of tilted algebras of type Δ. Then Bretscher, Läser and Riedtmann have given a bijection $c\colon \mathbf{T}_n \to \mathbf{C}_n$ in [1]. But the map c is not given in a direct way, it needs a long computation of a function on $\mathbb{Z}\Delta$. In this talk we give a direct formula for the map c. Let A be a tilted algebra of section type $\vec{\Delta}$, where $\vec{\Delta}$ is a quiver with underlying graph Δ. Then by identifying A with the $(0,0)$-entry of the repetitive category $\hat{A}$, the Auslander-Reiten quiver Γ_A of A is embedded into the stable Auslander-Reiten quiver ${}_s\Gamma_{\hat{A}} \cong \mathbb{Z}\vec{\Delta} = \mathbb{Z}\Delta$ of $\hat{A}$, and the configuration $\mathcal{C} := c(A)$ of $\mathbb{Z}\Delta$ computed in [1] is given by the vertices of $\mathbb{Z}\Delta$ corresponding to radicals of projective indecomposable $\hat{A}$-modules. Note that the configuration $\mathcal{C}$ has a period m_Δ, thus $\mathcal{C} = \tau^{m_\Delta \mathbb{Z}}\mathcal{F}$ for some subset $\mathcal{F}$ of $\mathcal{C}$. By $\mathcal{P} = \{(p(i), i) \mid i \in \Delta_0\}$ we denote the set of images of the projective vertices of Γ_A in $\mathbb{Z}\Delta$ and set

$$\mathbb{N}\mathcal{P} := \{(m, i) \in (\mathbb{Z}\Delta)_0 \mid p(i) \le m, i \in \Delta_0\}.$$

Since the mesh category $\Bbbk(\mathbb{Z}\Delta)$ is a Frobenius category, it has the Nakayama permutation ν on $(\mathbb{Z}\Delta)_0$, the precise formula of which is well-known. In the talk we will define a map $\nu'\colon \mathcal{P} \to \mathbb{N}\mathcal{P}$ using the supports of starting functions $\dim_\Bbbk \Bbbk(\mathbb{Z}\Delta)(x, \text{-})\colon \mathbb{N}\mathcal{P} \to \mathbb{Z}$ for $x \in \mathbb{N}\mathcal{P}$.

Lemma 1. *Let $x \in \mathcal{P}$ and P be the projective indecomposable A-module corresponding to x. Then $\nu' x$ corresponds to the simple module* $\operatorname{top} P$.

Lemma 2. *Assume that a vertex $x \in \mathbb{Z}\Delta$ corresponds to a simple $\hat{A}$-module S and let Q be the injective hull of S over $\hat{A}$. Then $\nu(x)$ corresponds to* $\operatorname{rad} Q$*, and hence $\nu(x) \in \mathcal{C}$.*

Proposition. *If $x \in \mathcal{P}$, then $\nu(\nu' x) \in \mathcal{C}$.*

Definition. We define a map $c_A\colon \mathcal{P} \to \mathcal{C}$ by $c_A(x) := \nu(\nu' x)$ for all $x \in \mathcal{P}$.

Then the map c_A enables us to compute the configuration $c(A) = \mathcal{C}$ as follows.

Theorem. *The map c_A is an injection, and we have $c(A) = \tau^{m_\Delta \mathbb{Z}} \operatorname{Im} c_A$.*

References

[1] O. Bretscher, Ch. Läser and Chr. Riedtmann, *Selfinjective and simply connected algebras*, manuscripta math. **36** (1981), 253–307.

Ample group actions on AS-regular algebras

上山健太*

静岡大学大学院理学研究科

この講演は静岡大学の毛利出氏との共同研究 [6] に基づく．

可換環論において，孤立特異点は重要な環のクラスである．それに倣い，[4] において非可換次数付き孤立特異点を定義し，その代数がいくつかの良い性質を持つことを示した．例えば，AS-Cohen-Macaulay algebra（というある種の非可換次数付き Cohen-Macaulay 環）が有限 Cohen-Macaulay 表現型ならば非可換次数付き孤立特異点になることがすでに示されている（[5] 参照）．可換環論や表現論において，多項式環 $S = k[x_1, \dots, x_d]$ に有限群 $G \leq \mathrm{GL}(d, k)$ が作用し得られる不変式環 S^G は盛んに研究されている．非可換代数幾何学において重要な研究対象である AS-regular algebra は多項式環の非可換拡張なので，この講演では，AS-regular algerbra S に有限群 G が作用して得られる不変式環 S^G を考察する（関連結果として [1], [2], [3] 等がある）．特に S^G の孤立特異点性を研究するのが目的である．

目的のため，次数付き環への群作用に対し，ample という概念を導入する．講演では，群 G の ampleness は不変式環が次数付き孤立特異点になることと深く関係していることを述べ，さらに AS-regular algebra S に ample な群 G が作用しているとき，S^G の非可換射影スキームの導来圏がある有限次元代数の加群圏の導来圏で実現されることを述べる．

参考文献

[1] P. Jørgensen and J. J. Zhang, Gourmet's guide to Gorensteinness, *Adv. Math.* **151** (2000), 313–345.

[2] E. Kirkman, J. Kuzmanovich, and J. J. Zhang, Shephard-Todd-Chevalley Theorem for skew polynomial rings, *Algebr. Represent. Theory* **13** (2010), 127–158.

[3] E. Kirkman, J. Kuzmanovich, and J. J. Zhang, Invariant theory of finite group actions on Down-Up algebras, Preprint.

[4] K. Ueyama, Graded maximal Cohen-Macaulay modules over noncommutative graded Gorenstein isolated singularities, *J. Algebra* **383** (2013), 85–103.

[5] K. Ueyama, Noncommutative graded algebras of finite Cohen-Macaulay representation type, Preprint.

[6] I. Mori and K. Ueyama, Ample group action on AS-regular algebras and noncommutative graded isolated singularities, Preprint.

* skueyam@ipc.shizuoka.ac.jp

Clifford extensions

Mitsuo HOSHINO (University of Tsukuba)*1
Noritsugu KAMEYAMA (Shinshu University)*2
Hirotaka KOGA (University of Tsukuba)*3

Clifford algebras play important roles in various fields and the construction of Clifford algebras contains that of complex numbers, quaternions, and so on (see e.g. [4]). In this talk, we generalize the construction of Clifford algebras and introduce the notion of Clifford extensions. Clifford extensions are constructed as Frobenius extensions and we have already known that Frobenius extensions of Auslander-Gorenstein rings are also Auslander-Gorenstein rings. It should be noted that little is known about constructions of Auslander-Gorenstein rings although Auslander-Gorenstein rings appear in various fields of current research in mathematics including noncommutative algebraic geometry, Lie algebras, and so on (see e.g. [1], [2], [3] and [5]).

We use the notation A/R to denote that a ring A contains a ring R as a subring. Let $n \geq 2$ be an integer. We fix a set of integers $I = \{0, 1, \ldots, n-1\}$ and a ring R. First, we construct a split Frobenius extension Λ/R of second kind using a certain pair (σ, c) of $\sigma \in \mathrm{Aut}(R)$ and $c \in R$. Namely, we define an appropriate multiplication on a free right R-module Λ with a basis $\{v_i\}_{i \in I}$. We show that this construction can be iterated arbitrary times. Then we deal with the case where $n = 2$ and study the iterated Frobenius extensions. For $m \geq 1$ we construct ring extensions Λ_m/R using the following data: a sequence of elements $c_1, c_2, \cdots$ in $\mathrm{Z}(R)$ and signs $\varepsilon(i, j)$ for $1 \leq i, j \leq m$. Namely, we define an appropriate multiplication on a free right R-module Λ_m with a basis $\{v_x\}_{x \in I^m}$. We show that Λ_m is obtained by iterating the construction above m times, that Λ_m/R is a split Frobenius extension of first kind, and that if $c_i \in \mathrm{rad}(R)$ for $1 \leq i \leq m$ then $R/\mathrm{rad}(R) \xrightarrow{\sim} \Lambda_m/\mathrm{rad}$. We call Λ_m Clifford extensions of R because they have the following properties similar to Clifford algebras. For each $x = (x_1, \ldots, x_m) \in I^m$ we set $S(x) = \{i \mid x_i = 1\}$. Also we set $v_x = t_i$ for $x \in I^m$ with $S(x) = \{i\}$. Then the following hold: (C1) $t_i^2 = v_0 c_i$ for all $1 \leq i \leq m$; (C2) $t_i t_j + t_j t_i = 0$ unless $i = j$; (C3) $v_x = t_{i_1} \cdots t_{i_r}$ if $S(x) = \{i_1, \ldots, i_r\}$ with $i_1 < \cdots < i_r$.

References

[1] M. Artin, J. Tate and M. Van den Bergh, Modules over regular algebras of dimension 3, Invent. Math. **106** (1991), no. 2, 335–388.

[2] J. -E. Björk, *Rings of differential operators*, North-Holland Mathematical Library, **21**. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.

[3] J. -E. Björk, The Auslander condition on noetherian rings, in: *Séminaire d'Algèbre Paul Dubreil et Marie-Paul Malliavin, 39ème Année (Paris, 1987/1988)*, 137-173, Lecture Notes in Math., **1404**, Springer, Berlin, 1989.

[4] D. J. H. Garling, *Clifford algebras: an introduction*, London Mathematical Society Student Texts, 78. Cambridge University Press, Cambridge, 2011, viii+200 pp.

[5] J. Tate and M. Van den Bergh, Homological properties of Sklyanin algebras, Invent. Math. **124** (1996), no. 1-3, 619–647.

2010 Mathematics Subject Classification: Primary: 16S35, 16S50; Secondary: 16E10.
Keywords: Auslander-Gorenstein ring, Clifford extension, Frobenius extension.

*1 e-mail: hoshino@math.tsukuba.ac.jp
*2 e-mail: kameyama@math.shinshu-u.ac.jp
*3 e-mail: koga@math.tsukuba.ac.jp

Cyclic homology of truncated quiver algebras and notes on the no loops conjecture for Hochschild homology

Tomohiro Itagaki

This talk is based on joint work with Katsunori Sanada. In this talk, we show the dimension formula of the cyclic homology of truncated quiver algebras over an arbitrary field, and we extend the 2-truncated cycles version of the no loops conjecture to the m-truncated cycles version of the no loops conjecture for a class of finite dimensional algebras over an algebraically closed field.

In [6], for a truncated quiver algebra A over a commutative ring, Sköldberg gives a left A^e-projective resolution of A and computes the Hochschild homology $HH_n(A)$. By means of this result and a theorem in Loday's book (1992), Taillefer [7] gives a dimension formula of the cyclic homology of truncated quiver algebras over a field of characteristic zero.

We compute the dimension formula of the cyclic homology of truncated quiver algebras over an arbitrary field by means of chain maps in [1] and a spectral sequence. Our result generalizes the result of Taillefer into the case that the ground field is a field of any characteristic.

Moreover, we have a result for the m-truncated cycles version of the no loops conjecture as an application of the chain map in [1] used for the computation of cyclic homology of truncated quiver algebras. In [2], it is shown that the 2-truncated cycles version of the no loops conjecture holds by means of truncated quiver algebras, and the m-truncated cycles version of one is conjectured.

We show that the m-truncated cycles version of the no loops conjecture holds for a class of bound quiver algebras over an algebraically closed field as an application of the chain map from Cibils' projective resolution (cf. [3]) to Sköldberg's projective resolution given in [1].

References

[1] G. Ames, L. Cagliero, P. Tirao, *Comparison morphisms and the Hochschild cohomology ring of truncated quiver algebras*, J. Algebra 322(5)(2009), 1466–1497.

[2] P.A. Bergh, Y. Han, D. Madsen, *Hochschild homology and truncated cycles*, Proc. Amer. Math. Soc. (2012), no. 4, 1133–1139.

[3] C. Cibils, *Cohomology of incidence algebras and simplicial complexes*, J. Pure Appl. Algebra **56**(3) (1989), 221–232.

[4] T. Itagaki, K. Sanada, *The dimension formula of the cyclic homology of truncated quiver algebras over a field of positive characteristic*, submitted.

[5] T. Itagaki, K. Sanada, *Notes on the Hochschild homology dimension and truncated cycles*, submitted.

[6] E. Sköldberg, *Hochschild homology of truncated and quadratic monomial algebras*, J. Lond. Math. Soc. (2) **59** (1999), 76–86.

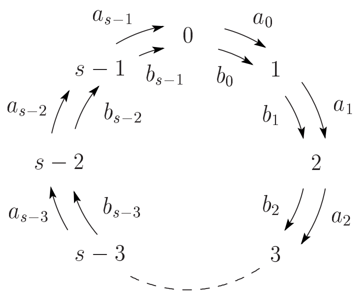
[7] R. Taillefer, *Cyclic homology of Hopf algebras*, K-Theory **24** (2001), 69–85.

Department of Mathematics
Tokyo University of Science
1-3 Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo 162-8601 JAPAN
Email: j1112701@ed.tus.ac.jp

On Hochschild cohomology of a self-injective special biserial algebra obtained by a circular quiver with double arrows

Ayako Itaba (Tokyo University of Science)*

Let K be an algebraically closed field. For a positive integer s, let Γ_s be the following circular quiver with double arrows:



We set the elements $x = \sum_{i=0}^{s-1} a_i$ and $y = \sum_{i=0}^{s-1} b_i$ in the path algebra $K\Gamma_s$. We denote by I the ideal generated by x^2, $xy + yx$ and y^2. Then we define the bound quiver algebra $\Lambda_s = K\Gamma_s/I$ over K. This algebra Λ_s is a Koszul self-injective special biserial algebra ([I]).

We calculate the Hochschild cohomology group $\mathrm{HH}^n(\Lambda_s)$ of Λ_s for $n \geq 0$. Note that, for $s = 1, 2, 4$, the Hochschild cohomology of Λ_s is reserched in [XH], [ST] and [F], respectively. In the following, we assume that $s \geq 3$.

Theorem 1 ([I]). *Let $n = ms + r$ for integers $m \geq$ and $0 \leq r \leq s-1$. Then we have the dimension formula for the Hochschild cohomology groups of Λ_s as follows*:

$$\dim_K \mathrm{HH}^{ms+r}(\Lambda_s) = \begin{cases} ms+1 & \text{if } s \text{ even and } r=0, \text{ if } m \text{ even and } r=0, \text{ or} \\ & \qquad \text{if } \operatorname{char} K = 2 \text{ and } r = 0, \\ 2ms+4 & \text{if } s \text{ even and } r=1, \text{ if } m \text{ even and } r=1, \text{ or} \\ & \qquad \text{if } \operatorname{char} K = 2 \text{ and } r = 1, \\ ms+3 & \text{if } s \text{ even and } r=2, \text{ if } m \text{ even and } r=2, \text{ or} \\ & \qquad \text{if } \operatorname{char} K = 2 \text{ and } r = 2, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

References

[F] T. Furuya, Hochschild cohomology for a class of some self-injective special biserial algebras of rank four, preprint.

[GSZ] E.L. Green, Ø. Solberg and D. Zacharia, Minimal projective resolutions, Trans. Amer. Math. Soc. 353 (2001), 2915-2939.

[I] A. Itaba, On Hochschild cohomology of a self-injective special biserial algebra obtained by a circular quiver with double arrows, preprint.

[ST] N. Snashall and R. Taillefer, The Hochschild cohomology ring of a class of special biserial algebras, J. Algebra Appl. 9 (2010), no. 1, 73-122.

[XH] Y. Xu and Y. Han, Hochschild (co)homology of exterior algebras, Comm. Algebra 35 (2007), no. 1, 115-131.

2010 Mathematics Subject Classification: 16D20, 16E40, 16G20.

Keywords: Koszul algebra, special biserial algebra, self-injective algebra, Hochschild cohomology.

*e-mail: `j1110701@ed.tus.ac.jp`

q-Schur algebra $S(e,e)$ の Hochschild cohomology group

塚本 真由*

大阪市立大学大学院理学研究科 前期博士課程 1 回生

1 の原始 e 乗根 q を parameter に持つ rank e,degree e の q-Schur algebra $S_q(e,e)$ の主 block を A とすると,A は森田同値を除いて次のように quiver と relation で表されることが知られている.[1]

$$Q \ := (1) \underset{\alpha^-(1)}{\overset{\alpha(1)}{\rightleftarrows}} (2) \underset{\alpha^-(2)}{\overset{\alpha(2)}{\rightleftarrows}} (3) \cdots (i-1) \underset{\alpha^-(i-1)}{\overset{\alpha(i-1)}{\rightleftarrows}} (i) \underset{\alpha^-(i)}{\overset{\alpha(i)}{\rightleftarrows}} (i+1) \cdots (e-1) \underset{\alpha^-(e-1)}{\overset{\alpha(e-1)}{\rightleftarrows}} (e)$$

$$\begin{aligned} \text{relation: } & \alpha(i)\alpha(i-1) = 0 \\ & \alpha^-(i-1)\alpha^-(i) = 0 \\ & \alpha(i-1)\alpha^-(i-1) = \alpha^-(i)\alpha(i) \qquad (2 \le i \le e-1) \\ & \alpha(e-1)\alpha^-(e-1) = 0 \end{aligned}$$

I :上の relation で生成された path algebra $\mathbb{C}Q$ の両側 ideal
このとき $A = \mathbb{C}Q/I$

[1] や [2] を基に計算すると次の結果を得ることが出来る：

定理．

$$\begin{aligned} \dim\ HH^n(A) &= \dim\ \mathrm{Ext}^n_{A \otimes A^{op}}({}_AA_A, {}_AA_A) \\ &= \begin{cases} e & \text{if } n = 0 \\ 1 & \text{if } 1 \le n \le \mathrm{gl.dim}(A)\ ^2 \\ 0 & \text{if } \mathrm{gl.dim}(A) < n \end{cases} \end{aligned}$$

講演ではこの結果の証明にも触れていきたい.

参考文献

[1] D. Happel, Hochschild cohomology of finite-dimensional algebras, Springer Lecture Notes in Mathematics 1404 (1989),108-126.

[2] K. Erdmann and S. Schroll, Hochschild cohomology of tame Hecke algebras, Arch. Math. (Basel) 94 (2010) 117-127.

[3] Donkin.S, The q-Schur Algebra, LMS Lecture Note Series, vol. 253. Cambridge University Press, Cambridge (1998)

* m13sa30M19@ex.media.osaka-cu.ac.jp

1 この場合は実は主 block 以外は存在しても simple algebra.

2 A の大域次元

題目: 量子座標環 $\mathbb{C}[SL_n]_v$ の既約表現の素朴な構成について

アブストラクト: 量子座標環 $\mathbb{C}[SL_n]_v$ の unitarizable な既約表現を (作用の捻りを除いて) 網羅的に構成する新しい素朴な方法について紹介する．連結単連結単純複素 Lie 群 G に対し、量子座標環 $\mathbb{C}[G]_v$ の unitarizable な既約表現は Soibelman らによって分類が行われており、その同型類は表現の捻りを除くと Weyl 群の元でパラメトライズされることが知られている．さらに Soibelman はその既約表現らを基本的な表現のテンソル積の形で具体的に構成する方法も与えているが、ここでは $G = SL_n$ の場合に Soibelman の方法とは別の既約表現の構成法を与える．(このとき、対応する Weyl 群は n 次対称群である.)

$\mathbb{C}[SL_n]_v$ は以下の生成元と関係式で定義される単位的結合 $\mathbb{C}$ 代数である $(0 < v < 1)$.

$$\begin{array}{lll}
\underline{\text{生成元}} & \{T_{ij}\}_{i,j=1,\ldots,n}. & \\
\underline{\text{関係式}} & T_{ij}T_{iq} = vT_{iq}T_{ij} & \text{if } j < q, \\
 & T_{ij}T_{pj} = vT_{pj}T_{ij} & \text{if } i < p, \\
 & T_{ij}T_{pq} = T_{pq}T_{ij} & \text{if } i < p,\ j > q, \\
 & T_{ij}T_{pq} - T_{pq}T_{ij} = (v - v^{-1})T_{iq}T_{pj} & \text{if } i < p,\ j < q, \\
 & \displaystyle\sum_{\tau \in \mathfrak{S}_n} (-v)^{l(\tau)} T_{1\tau(1)}T_{2\tau(2)} \cdots T_{n\tau(n)} = 1 \cdots (*).\ (l(\tau) \text{ は } \tau \text{ の転倒数}) &
\end{array}$$

今回紹介する方法は本質的にはこの $\mathbb{C}[SL_n]_v$ の生成元と関係式のみに着目した素朴な方法である．$\mathbb{C}[Mat_n]_v$ を $\mathbb{C}[SL_n]_v$ の関係式のうち $(*)$ のみ除いて定義した単位的結合 $\mathbb{C}$ 代数とする．このとき、$\mathbb{C}[Mat_n]_v^*(:= \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}[Mat_n]_v, \mathbb{C}))$ 上に $\mathbb{C}[Mat_n]_v$ の作用を以下で定める (右正則表現):

$$(T.f)(X) := f(XT) \quad \text{for } f \in \mathbb{C}[Mat_n]_v^*,\ X, T \in \mathbb{C}[Mat_n]_v.$$

また、$\mathbb{C}[Mat_n]_v$ の基底として
$\left\{ \prod_{i,j} T_{ij}^{a_{ij}} := T_{nn}^{a_{nn}} \cdots T_{n1}^{a_{n1}} T_{n-1n}^{a_{n-1n}} \cdots T_{n-11}^{a_{n-11}} T_{n-2n}^{a_{n-2n}} \cdots T_{1n}^{a_{1n}} \cdots T_{11}^{a_{11}} \,\middle|\, a_{ij} \in \mathbb{N}\ (i,j = 1,\ldots,n) \right\}$
が取れ、さらに $\left|\prod_{i,j} T_{ij}^{a_{ij}}\right\rangle \in \mathbb{C}[Mat_n]_v^*$ を

$$\left|\prod_{i,j} T_{ij}^{a_{ij}}\right\rangle \left(\prod_{i,j} T_{ij}^{a'_{ij}}\right) := \delta_{(a_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}(a'_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}}$$

($\delta_{(a_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}(a'_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}}$ は Kronecker の delta) で定義する．この設定のもとで $\mathbb{C}[SL_n]_v$ の既約表現 (単純 $\mathbb{C}[SL_n]_v$ 加群) の素朴な構成法は以下のようにまとめられる．

1. $T_{kl}.\left|\prod_{i,j} T_{ij}^{a_{ij}}\right\rangle$ を具体的に計算
2. 1 で計算した結果をもとに n 次対称群の各元に対応する $\mathbb{C}[Mat_n]_v^*$ のある $\mathbb{C}[Mat_n]_v$ 部分加群を選択
3. 2 で得た部分加群上の $\mathbb{C}[Mat_n]_v$ の作用を $\mathbb{C}[SL_n]_v$ の作用を誘導するように捻る

今回の講演では 2 の部分加群の選択方法および 3 の作用の捻りについて解説する．また、この構成で得られる単純 $\mathbb{C}[SL_n]_v$ 加群は自然な基底を持っており、これは加群の同型を介して、Soibelman による基本的な $\mathbb{C}[SL_n]_v$ 加群のテンソル積の空間おける自然な基底に (テンソル積の順を適切に定めれば) 対応する．

Immanant 不等式と Immanantal Polynomials

田端亮　(広島大学大学院理学研究科)*

Immanant とは, determinant (行列式) や permanent (determinant の符号を変化を取り除いたもの) を一般化するような, 正方行列に対して定まる関数であり, Schur ([3]) によって導入され, Littlewood-Richardson ([2]) によって名付けられたとされている.

定義. $A = (a_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$ とする. χ を n 次対称群 $\mathfrak{S}_n$ の表現から定まる既約指標であるとする. このとき, (normalized) immanant $\overline{d}_\chi^{\mathfrak{S}_n}$ を次で定義する.

$$\overline{d}_\chi^{\mathfrak{S}_n}(A) := \frac{1}{\chi(\mathrm{id})} \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \chi(\sigma) a_{1\sigma(1)} \cdots a_{n\sigma(n)}$$

既約指標 χ が交代指標, 自明指標のときの immanant はそれぞれ, determinant, permanent に一致することが確かめられる.

$\mathfrak{S}_n$ の既約表現は, n の分割と 1 対 1 に対応することが知られている. このことにより immanant はヤング図形でパラメータ付けすることができるので, 分割 λ に対応する immanant を単に $\overline{d}_\lambda$ と書くこともある.

行列 A を (半正値) エルミート行列に制限すると, 各 immanant は実数値をとる. その大小関係について最も知られているものに, 次の Schur の定理と Lieb の予想がある.

定理 (Schur [3])**.** A が半正値エルミート行列であるとき, 次が成り立つ.

$$\overline{d}_\lambda(A) \geq \det A.$$

予想 (Lieb [1], permanental dominance conjecture)**.** A が半正値エルミート行列であるとき, 次が成り立つ.

$$\overline{d}_\lambda(A) \leq \mathrm{per}\, A.$$

つまり, determinant とは最小の immanant であるのに対し, permanent が最大であろうという予想である.

本講演では, これらの不等式の一般化, 精密化へのアプローチと, immanantal polynomial $\overline{d}_\lambda(xI - L)$ を考えたとき, 各係数の間にも同様の大小関係が成り立つことを述べる. また, グラフ理論との関係や, $n \to \infty$ のときの immanant の極限値についても紹介したい.

参考文献

[1] E. H. Lieb, Proofs of Some Conjectures on Permanents, J. Math. and Mech. 16:127-134 (1966)

[2] D. E. Littlewood, A. R. Richardson, Group Characters and Algebra, Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A, Math. Phys. 233:99-141 (1934)

[3] I. Schur, Über endliche Gruppen und Hermitische Formen, Math. Z. 1:184-207 (1918)

* e-mail: `tabata-ryo@hiroshima-u.ac.jp`

On association schemes of finite exponent

Masayoshi Yoshikawa

長野県梓川高等学校
yosikawa@nagano-c.ed.jp

概 要

アソシエーション・スキームが有限群の一般化であると言われるのは、thin なアソシエーション・スキームが本質的に有限群とみなされるからである。この講演のテーマは、アソシエーション・スキームのなかで、有限群の拡大を探すことである。有限群の拡大を見つけるための目印として、最近、有限群やホップ代数で発展があった高次 Frobenius-Schur 指標に注目する。

Higman によって、Froubenius-Schur 指標はアソシエーション・スキームの隣接代数へ拡張されている。これを利用して、高次 Frobenius-Schur 指標を隣接代数に拡張した。さらに、正則指標に対する n 次 Frobenius-Schur 指標として、隣接代数の n 次指標を定義する。一般に、隣接代数の n 次指標は有理数であることが分かる。n 次指標に対して、次のような予想を考えたい。

Conjecture 1. すべての n に対して、n 次指標が整数となるようなアソシエーション・スキームは有限群の拡大を繰り返して得られる。

この予想の逆が成り立たないような反例は見つかっている。ある条件を満たす可換なアソシエーション・スキームに対して、予想が正しいことを紹介する。

Cameron–Walker グラフのエッジイデアル

東谷　章弘 [1] (大阪大学大学院・情報科学研究科)

本講演は、日比孝之・木村杏子・Augustine O'Keefe との共同研究に基づくものである。

G を頂点集合 $V(G) = [n] := \{1, \ldots, n\}$ 上の有限単純グラフとする。$E(G)$ で G の辺集合を表す。$S = K[x_1, \ldots, x_n]$ を体 K 上の n 変数多項式環とする。グラフ G の**エッジイデアル** $I(G)$ は

$$I(G) = (\, x_i x_j \,:\, \{i, j\} \in E(G)\,) \subset S$$

で定義される S の単項式イデアルである。

グラフにおいて、次数１の頂点を丁度１個持つ辺を leaf edge と呼ぶ。また、次数２の頂点を丁度２個持つ triangle を pendant triangle と呼ぶ。$[n] \sqcup [m]$ 上の連結二部グラフの $[n]$ の各頂点に１つ以上の leaf edge を付け、$[m]$ の各頂点にいくつかの pendant triangles を許した有限連結単純グラフを **Cameron–Walker グラフ**と呼ぶことにする。例えば、図１のような２つのグラフは Cameron–Walker グラフである。

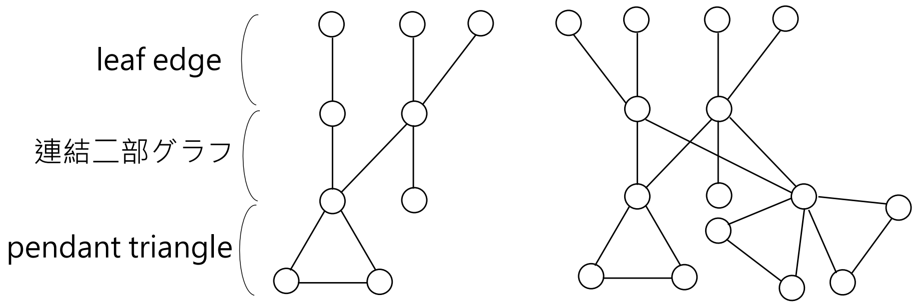


図 1: Cameron–Walker グラフ

本講演では、Cameron–Walker グラフに付随するエッジイデアルの環論的性質について考える。特に、Cohen–Macaulay 性、sequentially Cohen–Macaulay 性、Gorenstein 性などについて議論する。

参考文献

[1] K. Cameron and T. Walker, The graphs with maximum induced matching and maximum matching the same size, *Discrete Math.* **299** (2005), 49–55.

[2] T. Hibi, A. Higashitani, K. Kimura and A. B. O'Keefe, Algebraic study on Cameron-Walker graphs, arXiv:1308.4765v2.

[1] E-mail : a-higashitani@cr.math.sci.osaka-u.ac.jp

Toric ideals of series and parallel connections of matroids

柴田 和樹 (立教大学大学院理学研究科)*

集合 $E = [d] = \{1, \ldots, d\}$ と E の r 個の元からなる部分集合の集合 $(\emptyset \neq)\mathcal{B} = \{B_1, \ldots, B_n\} \subset 2^E$ に対し, $M = (E, \mathcal{B})$ が**マトロイド**であるとは

- 任意の $x \in B_i \setminus B_j \in \mathcal{B}$ $(1 \leq \forall i, j \leq n)$ に対し, $(B_i \cup \{y\}) \setminus \{x\} \in \mathcal{B}$ となる $y \in B_j \setminus B_i$ が存在する.

を満たすときにいう. K を体とし, $K[X] = K[x_1, \ldots, x_n]$, $K[S] = K[s_1, \ldots, s_d]$ を多項式環とする. このとき, 環準同型写像 π_M を

$$\pi_M : K[X] \to K[S] \qquad x_i \mapsto \prod_{l \in B_i} s_l$$

と定義する. この π_M の核 $\ker(\pi_M)$ を M の**トーリックイデアル**といい, I_M と表す. この I_M に関し, 以下の予想が存在する:

Conjecture 1. すべてのマトロイド M に対し

- I_M は 2 次生成
- I_M は 2 次グレブナー基底をもつ

本講演では Conjecture 1 の部分的な解決と 2 つのマトロイドを組み合わせたときに組み合わせたマトロイドのトーリックイデアルの生成系, グレブナー基底がどのようになるのか講演する.

参考文献

[1] B. Sturmfels, Equations defining toric varieties, *Proc. Sympos. Pure Math.* **62** (1997), 437-449.

[2] N. White, A unique exchange property for bases, *Linear Algebra Appl.* **31** (1980), 81-91.

* 〒171-8501 東京都豊島区西池袋 3-34-1
e-mail: 12rc003c@rikkyo.ac.jp

KLR 代数の箙化

小西 正秀 *

名古屋大学多元数理科学研究科

Khovanov-Lauda-Rouquier 代数 (KLR 代数) とは, 2008 年に Khovanov-Lauda らと Rouquier により独立に定義された代数である. 箙 Γ とその頂点への重み付け ν を定めることで, KLR 代数 $R_\Gamma(\nu)$ が与えられる. また, 頂点への重み付け Λ から巡回イデアル I^Λ が定まり, これにより巡回 KLR 代数 $R_\Gamma^\Lambda(\nu) = R_\Gamma(\nu)/I^\Lambda$ が定義される. 特に巡回 KLR 代数は有限次元である.

ここでいつもなら KLR 代数は図で表されて云々と書くのだが, 過去二度の講演の感触から, その書き方は講演者以外得しないように感じたので, 思い切って箙と関係で表そうというのが今回の講演の動機である.

実際, 定義に従えば, $R_\Gamma(\nu) \cong KQ/I$ となる箙 Q と関係 I は簡単に構成できる. しかしここで二点の問題が生じる. そもそも $R_\Gamma(\nu)$ が基本的でないのに, それを箙 Q と関係 I で表して何が嬉しいのかということと, この I が許容的でない (特に長さ 2 未満の道を含む) ことである.

当然, 最終的な目標は $R_\Gamma(\nu)$ 及び $R_\Gamma^\Lambda(\nu)$ と表現論的に同じ構造を持つ (i.e. 森田同値となる)KQ/I を与えることにある. 今回の講演においては, 先ほど作った箙 Q を起点として, 様々な変形を施すことで目的の箙を得ようというアプローチのもと, 特に ν が単純 (全ての重みが 1) である場合の進展を紹介したい.

参考文献

[1] M. Khovanov, A. D. Lauda, *A diagrammatic approach to categorification of quantum groups I*, Represent. Theory **13** (2009), 309–347.

[2] R. Rouquier, *2-Kac-Moody algebras*, preprint 2008, arXiv:0812.5023.

*m10021t@math.nagoya-u.ac.jp

代数閉体でない場合の代数的集合について

岡山大学　自然科学研究科　小野貴寛

k を体, R を n 変数多項式環 $k[x_1, \ldots, x_n]$ とする. このとき R から一つ多項式 f をとると次のような代入写像を考えることができる.

$$\begin{array}{ccc} k^n & \longrightarrow & k \\ \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\ (\alpha_1, \ldots, \alpha_n) & \longmapsto & f(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \end{array}$$

このとき記号 $\mathrm{Var}(-)$ を次のように定義する. $f_1, \ldots, f_r \in R$ に対して,

$$\mathrm{Var}(f_1, \ldots, f_r) \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \{(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in k^n \mid f_i(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) = 0 \text{ for } 1 \leq \forall i \leq r\}.$$

k^n の部分集合 V が代数的集合であることを定義する.

$$k^n \supseteq V \text{ が代数的集合} \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \exists R \text{ のイデアル } \mathfrak{a} \text{ s.t. } V = \mathrm{Var}(\mathfrak{a}).$$

R のイデアル $\mathfrak{a}$ は有限生成であるから, その生成元を $f_1, \ldots, f_m \in R$ とすれば, $\mathrm{Var}(\mathfrak{a}) = \mathrm{Var}(f_1, \ldots, f_m)$ となる. 故に, 任意の k^n の代数的集合は有限個の多項式の共通零点を考えることになる.

今回紹介したい内容は [1] の演習問題となっている次の事実です.

定理

k が代数閉体でないとき, 任意の k^n の代数的集合はただ一つの方程式で定義される.

本講演ではこの定理に関連した事柄を [2] を参考に Gröbner 基底の視点（消去定理, イデアル所属問題など）から調べた内容についてもご報告したいと思います。

参考文献

[1] Ernst Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhäuser 1985.

[2] D. Cox, J. Little and D. O'Shea. Ideals, Varieties, and Algorithms, 2nd edition, Springer-Verlag, New York, 1997.

THE ALMOST GORENSTEIN PROPERTY OF ASSOCIATED GRADED RINGS

NAOKI TANIGUCHI (MEIJI UNIVERSITY)

1. Abstract

The purpose of my lecture is to prove the following theorem, which shows that the almost Gorenstein property of base local rings is inherited from that of the associated graded rings. Remember that a Noetherian graded ring $R = \bigoplus_{n\geq 0} R_n$ with R_0 a local ring is called an almost Gorenstein graded ring, if R is a Cohen-Macaulay ring, possessing the graded canonical module K_R, such that there exists an exact sequence

$$0 \to R \to \mathrm{K}_R(-a) \to C \to 0$$

of graded R-modules with $\mu_R(C) = \mathrm{e}^0_{\mathfrak{M}}(C)$, where $a = \mathrm{a}(R)$ is the a–invariant of R and $\mathfrak{M}$ is the graded maximal ideal of R (see [GT]).

Theorem 1.1. *Let $(R, \mathfrak{m})$ be a Noetherian local ring with infinite residue class field. Suppose that R is a homomorphic image of a Gorenstein local ring. Let I be an $\mathfrak{m}$-primary ideal of R and let $\mathrm{gr}_I(R) = \bigoplus_{n\geq 0} I^n/I^{n+1}$ be the associated graded ring of I. If $\mathrm{gr}_I(R)$ is an almost Gorenstein graded ring with $\mathrm{r}(\mathrm{gr}_I(R))) = \mathrm{r}(R)$, then R is an almost Gorenstein local ring.*

Theorem 1.1 is reduced, by induction on $\dim R$, to the case where $\dim R = 1$. Let me explain the key result of dimension one (Theorem 1.2).

Let R be a Cohen-Macaulay local ring of dimension one. We consider a filtration $\mathscr{I} = \{I_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ of ideals of R. Let t be an indeterminate and we set

$$\mathscr{R} = \mathscr{R}(\mathscr{I}) = \sum_{n\geq 0} I_n t^n \subseteq R[t],$$

$$\mathscr{R}' = \mathscr{R}'(\mathscr{I}) = \mathscr{R}[t^{-1}] = \sum_{n\in\mathbb{Z}} I_n t^n \subseteq R[t, t^{-1}],$$

and

$$G = G(\mathscr{I}) = \mathscr{R}'(\mathscr{I})/t^{-1}\mathscr{R}'(\mathscr{I}).$$

For these algebras we assume the following three conditions are satisfied:

(1) R is a homomorphic image of a Gorenstein local ring,
(2) $\mathscr{R}$ is a Noetherian ring, and
(3) G is a Cohen-Macaulay ring.

With this notation we have the following.

Theorem 1.2. *Assume that G is an almost Gorenstein graded ring with $\mathrm{r}(G) = \mathrm{r}(R)$. Then R is an almost Gorenstein local ring.*

The converse of Theorem 1.2 is also true when G satisfies some additional conditions.

This is a joint work with Shiro Goto.

Theorem 1.3. *Suppose that R is an almost Gorenstein local ring and the field $R/\mathfrak{m}$ is infinite. Assume that one of the following conditions is satisfied*:

(i) *G is an integral domain;*
(ii) *$\mathrm{Q}(G)$ is a Gorenstein ring and G is a level ring.*

Then G is an almost Gorenstein graded ring with $\mathrm{r}(G) = \mathrm{r}(R)$.

When I is generated by a subsystem $a_1, a_2, \ldots, a_r$ of parameters of a Cohen-Macaulay local ring R, the associated graded ring $\mathrm{gr}_I(R) = (R/I)[X_1, X_2, \ldots, X_r]$ of I is the polynomial ring over R/I, and the almost Gorenstein property of $\mathrm{gr}_I(R)$ is equivalent to that of R/I. To see this, we shall explore how the almost Gorenstein property is inherited under flat local base changes. Let us summarize our results below.

Theorem 1.4. *Let $(R, \mathfrak{m})$ be a Cohen-Macaulay local ring with $d = \dim R$ and infinite residue class field, possessing the canonical module K_R. Let $(S, \mathfrak{n})$ be a Noetehrian local ring and let $\varphi : R \to S$ be a flat local homomorphism such that $S/\mathfrak{m}S$ is a regular local ring. Then the following conditions are equivalent.*

(1) *S is an almost Gorenstein local ring.*
(2) *R is an almost Gorenstein local ring.*

As consequences of Theorem 1.4, we get the following.

Corollary 1.5. *Let $(R, \mathfrak{m})$ be a Noetherian local ring with infinite residue class field. Let $S = R[X_1, X_2, \ldots, X_n]$ be the polynomial ring and consider S as a $\mathbb{Z}$-graded ring with $S_0 = R$ and $\deg X_i = 1$ for every $1 \leq i \leq n$. Then the following conditions are equivalent.*

(1) *R is an almost Gorenstein local ring.*
(2) *S is an almost Gorenstein graded ring.*

The goal of my talk is the following.

Corollary 1.6 (cf. [I, Theorem 1.1]**).** *Let $(R, \mathfrak{m})$ be a Noetherian local ring with $d = \dim R > 0$ and infinite residue class field. Assume that R is a homomorphic image of a Gorenstein local ring. We choose a system $a_1, a_2, \ldots, a_d$ of parameters of R. Let $1 \leq r \leq d$ be an integer and set $I = (a_1, a_2, \ldots, a_r)$. If $\mathrm{gr}_I(R)$ is an almost Gorenstein graded ring, then R is an almost Gorenstein local ring. In particular, R is a Gorenstein local ring, if $r = d$ and $\mathrm{gr}_I(R)$ is an almost Gorenstein graded ring.*

References

[GI] S. Goto and S.-i. Iai, *Embeddings of certain graded rings into their canonical modules*, Journal of Algebra, **228** (2000), 377–396.

[GMP] S. Goto, N. Matsuoka, and T. T. Phuong, *Almost Gorenstein rings*, Journal of Algebra, **379** (2013), 355–381.

[GT] S. Goto and R. Takahashi, *Almost Gorenstein rings of higher dimension*, Preprint (2013).

[GW] S. Goto, K. Watanabe, *On graded rings, I*, J. Math. Soc. Japan, **30** (1978), 179–213.

[HK] J. Herzog and E. Kunz, Der kanonische Modul eines Cohen–Macaulay–Rings, Lecture Notes in Mathematics **238**, Springer–Verlag, 1971.

[I] S.-i. Iai, Embeddings of graded rings into their canonical modules, The Proceedings of the 34-th Symposium on Commutative Algebra in Japan, (2012), 123–126.
(1979), 168–183.

FFRT の局所環の基本類について

大田康介　(明治大学)

1965 年に Serre の重複度予想が提起された．この予想の中の一部は依然として未解決問題であり, Serre の positivity 予想と呼ばれている．small Mac 予想が正しければ, Serre の positivity 予想をはじめとする局所環論の様々な未解決問題が肯定的に解決される．

予想 0.1 (small Mac 予想) *任意の excellent Noether 局所環 R に対して, maximal Cohen-Macaulay R-module が存在する．*

特異リーマン・ロッホ理論によって, 同型写像 $\tau_R : G_0(R)_{\mathbb{Q}} \xrightarrow{\sim} A_*(R)_{\mathbb{Q}}$ が得られる．ここで, $G_0(R)_{\mathbb{Q}}$ は有限生成 R-加群の Grothendieck 群であり,

$$G_0(R)_{\mathbb{Q}} := \frac{\displaystyle\bigoplus_{M:\text{有限生成 } R\text{-加群}} \mathbb{Q}[M]}{\langle [M]-[L]-[N] \mid 0 \to L \to M \to N \to 0 \text{ は有限生成 } R\text{-加群の完全列} \rangle}$$

と表される。$A_*(R)_{\mathbb{Q}}$ は R の Chow 群 である．$F_R := \tau_R^{-1}([\mathrm{Spec} R])$ を R の fundamental class と呼ぶ．$C_{\mathrm{CM}}(R) := \displaystyle\sum_{M \text{ は MCM}} \mathbb{R}_{\geq 0}[M]$ とおくとき, 環 R に対して small Mac 予想が正しいことと $F_R \in C_{\mathrm{CM}}(R)$ であることが同値であることが知られている．本講演では次の事実を説明させていただきたい．([1] では, $G_0(R)$ を数値的同値で割った $\overline{G_0(R)}$ を扱ったが, 本講演では $G_0(R)$ 自身について考察する．)

定理 0.2 *$(R, \mathfrak{m})$ を F-finite Cohen-Macaulay 局所整域で剰余体 $R/\mathfrak{m}$ が完全体なるものとする．このとき, R が FFRT ならば $F_R \in C_{\mathrm{CM}}(R)$ である．*

ここで, R が FFRT であるとは, R が Cohen-Macaulay 環であり, 有限個の直既約な maximal Cohen-Macaulay R-加群 $M_1, \ldots, M_s$ があって, 任意の自然数 $e > 0$ に対して,

$$F_*^e R = M_1^{a_{e1}} \oplus \cdots \oplus M_s^{a_{es}}$$

を満たすような非負整数 $a_{e1}, \ldots, a_{es} \in \mathbb{N}_0$ が存在することをいう．

参考文献

[1] Kazuhiko Kurano, "On the limit of Frobenius in the Grothendieck group", 35th Comm. Alg., RIMS, Kyoto, Dec. 6, 2013

傾変異理論

相原琢磨 (名古屋大学)

多元環の表現論において, 傾理論は非常に重要な概念である. 1980 年に Brenner-Butler [BB] によって導入された傾理論は, '加群圏や導来圏の構造を具体的に記述する' ための理論であり, その記述は**傾対象** (傾加群・傾複体) によって実現されることから, 傾対象を扱う理論だといえる. 特に, 傾対象は森田理論における射影生成加群の一般化であり, 導来同値を導くことが知られている [R].

このように, 傾理論においては傾対象全体を解析することが一つの重要なテーマであり, その手段として ***(準)*** **傾変異**が大切な役割を果たす. 傾変異は, Reidtmann-Schofield [RS] や Happel-Unger [HU] によって初めて研究され, その**完備化**として, 相原-伊山 [AI] によって**準傾変異**が導入された. これによって一つの準傾対象から無数に多くの準傾対象を得ることができる. (準) 傾変異理論において, 「すべての準傾対象は, 与えられた一つの準傾対象から準傾変異を繰り返すことによって, 得られることができるか (準傾連結性を満たすか)？」という疑問は非常に自然であり, 重要な問題である. しかし, この問題は 相原-Grant-伊山 によって否定的に解決された. そこで次に考えるべき問題は, 「いつ準傾連結性を満たすか？」である.

本講演では, (準) 傾変異理論の基本的な事実から出発し, なるべく多くの例を挙げながら, 準傾連結性について議論する. 特に, 次の主定理を与えることが本講演のゴールである.

主定理. [AI, A1, AAC, A2] 次の代数閉体上有限次元多元環は, 準傾連結性を満たす*:*

(1) 局所的多元環　(2) 遺伝的多元環　(3) 有限表現型対称多元環
(4) 奇数型 *Brauer* グラフ多元環　(5) すべての準傾対象において局所的準傾離散

References

[AAC] T. Adachi; T. Aihara; A. Chan, On tilting complexes of Brauer graph algebras I: combinatorics arising from two-term tilting complexes and mutation quivers of tilting complexes. in preparation.

[A1] T. Aihara, Tilting-connected symmetric algebras. *Algebr. Represent. Theory* **16** (2013), no. 3, 873–894.

[A2] T. Aihara, Minimal silting objects. in preparation.

[AI] T. Aihara; O. Iyama, Silting mutation in triangulated categories. *J. Lond. Math. Soc.* (2) **85** (2012), no. 3, 633–668.

[BB] S. Brenner; M.C.R. Butler, Generalizations of the Bernstein-Gel'fand-Ponomarev reflection functors. *Representation theory, II*, 103–169, Lecture Notes in Math., **832**, *Springer, Berlin-New York*, 1980.

[HU] D. Happel; L. Unger, On a partial order of tilting modules. *Algebr. Represent. Theory* **8** (2005), no. 2, 147–156.

[R] J. Rickard, Morita theory for derived categories. *J. London Math. Soc.* (2) **39** (1989), no. 3, 436–456.

[RS] C. Riedtmann; A. Schofield, On a simplicial complex associated with tilting modules. *Comment. Math. Helv.* **66** (1991), no. 1, 70–78.

E-mail address: aihara.takuma@math.nagoya-u.ac.jp

τ-TILTING MODULES OVER BRAUER TREE ALGEBRAS

TAKAHIDE ADACHI
(JOINT WORK WITH TAKUMA AIHARA AND AARON CHAN)

The study of derived categories has been one of the central themes in representation theory. From Morita theoretic perspective, tilting complexes play an important role because they induce derived equivalences which preserve many homological properties. However, for a given algebra, it is difficult to construct tilting complexes in general. From the viewpoint of τ-tilting theory introduced in [AIR], two-term tilting complexes can be constructed using a special class of modules, called (support) τ-tilting module. In particular, for a symmetric algebra, there is a bijection between basic two-term tilting complexes and support τ-tilting modules.

The aim of this talk is to classify support τ-tilting modules over Brauer tree algebras. A Brauer tree algebra is a (representation-finite) symmetric algebra defined by a tree (graph). By using a "walk" on a tree, which we call admissible weighted line, we give a combinatorial description of τ-tilting modules.

Recently, Antipov and Zvonareva also gave a classification of two-term tilting complexes (or equivalently support τ-tilting modules) over multiplicity-free Brauer tree algebras. Our result is more combinatorial and generalizes that of [AZ, Z].

References

[AIR] T. Adachi, O. Iyama and I. Reiten, *τ-tilting theory*, to appear in Compos. Math., arXiv:1210.1036

[AZ] M. Antipov, A. Zvonareva, *Two-term partial tilting complexes over Brauer tree algebras*, arXiv:1302.3342.

[Z] A. Zvonareva, *Two-term tilting complexes over Brauer tree algebras*, arXiv:1311.7061.

Graduate School of Mathematics, Nagoya University, Frocho, Chikusaku, Nagoya, 464-8602, Japan

E-mail address: m09002b@math.nagoya-u.ac.jp

道代数上の前射影傾加群のなす半順序集合について

加瀬遼一（大阪大学情報科学研究科）

Q を有限連結な非輪状クイバーとし kQ で代数閉体 k 上 Q の道代数とする．この時, kQ 上の傾加群が次で定義される．

Definition 0.1. 有限次元右 kQ-加群 T が次の条件を満たす時, T を傾加群と呼ぶ.
(1) $\mathrm{Ext}^1_{kQ}(T,T)=0$.
(2) T の直既約因子の個数が同型を除いて Q の頂点の個数と一致する.

有限次元代数の表現論において傾加群の分類が大きな問題となるが, 基本的傾加群上に定義されるある半順序がこの問題と密接に関わっていることが知られている ([3],[4]). 本研究の目的は kQ 上の前射影傾加群のなす部分半順序集合（以下 $\mathcal{T}_{\mathrm{p}}(Q)$）の構造の理解である. 束論において次の結果がよく知られている.

Theorem 0.2. （*Birkhoff's representation Theorem, [1] [2]*）*L を有限な分配束とする. この時, ある有限半順序集合 P が存在して, 次の半順序同型が成り立つ:*

$$L \simeq \mathcal{I}(P) := (\{I : P \text{ のイデアル }\}, \subset)$$

本講演では $\mathcal{T}_{\mathrm{p}}(Q)$ が無限分配束になるための必要十分条件を与え, この場合に Birkhoff の表現定理の類似が成り立つことを述べる.

参考文献

[1] G. Birkhoff, Lattice Theory, 3rd ed. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1967.

[2] G. Gratzer, Lattice Theory: First Concepts and Distributive Lattices, San Francisco, CA: W. H. Freeman, 1971.

[3] D. Happel and L. Unger, On a partial order of tilting modules, Algebr. Represent. Theory **8** (2005), no.2, 147-156.

[4] C. Riedtmann and A. Schofield, On a simplicial complex associated with tilting modules, Comment. Math. Helv **66** (1991), no.1, 70-78.