

# スーパー代数群上の積分について

筑波大学 数理物質科学研究科 数学専攻

柴田大樹

局所コンパクト群上には、ハール積分と呼ばれる左作用に関して不変な積分が定数倍を除いて一意に存在することが知られている。Sweedler は、この概念を代数的に形式化することで、代数群上の積分を定義した。代数群上の積分は一般には存在するとは限らないが、もし存在すれば定数倍を除いて一意であることが知られている。代数群上の積分の研究はその表現論において非常に重要であり、例えば、有限次元加群の完全可約性や、入射加群の射影性などは積分に関する条件に帰着されることが知られている。

近年、数理物理学からの要請により、“スーパー対称性の数学”の研究が盛んになされている。その中でも特に我々が興味を持っているのはスーパー代数群の研究である。この概念は、次の対称テンソル圏に関する Deligne の結果から見て非常に重要である。

定理 (Deligne [1]). 標数ゼロの代数閉体上のリジッド対称テンソル・アーベル圏で、ある緩やかな条件をみたすものは、あるスーパー群の有限次元加群の圏として実現される。

代数群の表現論において積分の研究が重要であることについては既に述べたが、スーパー代数群に対しても積分の概念が定義され、表現論と積分の性質との間にも通常の代数群の場合と同様の関係があることが知られている。しかしながら、そもそもスーパー代数群上の積分がいつ存在するのかなどといった基本的な事柄に関しては、具体的なスーパー代数群に関する結果はいくつかあるものの、統一的な理論は知られていない。本講演では、増岡 彰 (筑波大学) 及び Craig Pastro (九州大学) との共同研究によって得られた、スーパー代数群上の積分の存在性に関する以下の結果を紹介したい。

主結果 (Masuoka-Pastro-S., in preparation). スーパー代数群が積分を持つことと、付随する通常の代数群が積分を持つことは同値である。

証明においては、増岡によるスーパー代数群の Harish-Chandra ペアの理論 [2] が本質的な役割を果たす。時間に余裕があれば、この定理のスーパー代数群の完全可約性への応用を紹介したい。

## 参考文献

- [1] P. Deligne, *Catégories tensorielles*, Moscow Math. Journal **2** (2002), no.2, 227–248.
- [2] A. Masuoka, *Harish-Chandra pairs for algebraic affine supergroup schemes over an arbitrary field*, Transform. Groups **17** (2012), no.4, 1085–1121.