テンソル圏のユニモジュラー性に関して

清水健一* (名古屋大学多元数理科学研究科)

局所コンパクト群 G 上には**左ハール測度**と呼ばれる群の左作用に関して不変な測度 μ が一意的に存在する。一般には μ は右作用に関して不変ではなく、そのズレを記述するのが**モジュラー関数**と呼ばれる G 上の関数である。モジュラー関数が恒等的に 1 であるとき、G は**ユニモジュラー**であると言われる。ユニモジュラー性はこのように解析的な言葉を用いて定義されているが、代数的に形式化することも可能であり、例えばアフィン代数群スキーム、あるいはもっと一般にホップ代数のユニモジュラー性を定義することができる。詳しくは [2] を参照されたい。

さて、量子群などのホップ代数から絡み目や三次元多様体の不変量を構成する方法が数多く知られているが、それらの多くはテンソル圏の枠組みから理解することが可能である。我々は、未だそのような理解の与えられていない、**有限次元ユニモジュラーホップ代数を用いて位相不変量を構成するいくつかの方法をテンソル圏の枠組みを用いて理解し、より一般的な構成へと拡張したい**。その際にまず問題になるのは、**そもそもテンソル圏がユニモジュラーであるとはどういうことか**ということである。

Etingof-Nikshych-Ostrik [1] は finite tensor category と呼ばれるクラスのテンソル圏 $\mathcal{C}$ に対し、その “distinguished invertible object” と呼ばれる対象 $D \in \mathcal{C}$ を定義し、それを用いて $\mathcal{C}$ のユニモジュラー性を定義した。この対象 D は局所コンパクト群上のモジュラー関数に対応するものであるが、$\mathcal{C}$-加群圏 ($\mathcal{C}$-module category) の森田理論から得られるある圏同値を用いて定義されるため、扱いにくいものとなっている。本講演では、**$\mathcal{C}$ の中心と呼ばれる組みひも圏 $\mathcal{Z}(\mathcal{C})$ を用いた対象 D および $\mathcal{C}$ のユニモジュラー性の特徴づけ** [3] に関して説明する。もし時間に余裕があれば、トポロジーなどへの応用を紹介したい。

参考文献

[1] P. Etingof, D. Nikshych, and V. Ostrik. An analogue of Radford's S^4 formula for finite tensor categories. *Int. Math. Res. Not.* (54):2915–2933, 2004.

[2] S. Montgomery. Hopf algebras and their actions on rings. *Amer. Math. Soc.*, Providence, 1993.

[3] K. Shimizu. A characterization of unimodular finite tensor categories (in preparation).

* e-mail: `x12005i@math.nagoya-u.ac.jp`, 日本学術振興会特別研究員 (PD). 本研究は日本学術振興会特別研究員奨励費 (24・3606) の助成を受けている。