q-Schur algebra $S(e,e)$ の Hochschild cohomology group

塚本 真由*

大阪市立大学大学院理学研究科 前期博士課程 1 回生

1 の原始 e 乗根 q を parameter に持つ rank e,degree e の q-Schur algebra $S_q(e,e)$ の主 block を A とすると,A は森田同値を除いて次のように quiver と relation で表されることが知られている.[1]

$$Q \ := (1) \underset{\alpha^-(1)}{\overset{\alpha(1)}{\rightleftarrows}} (2) \underset{\alpha^-(2)}{\overset{\alpha(2)}{\rightleftarrows}} (3) \cdots (i-1) \underset{\alpha^-(i-1)}{\overset{\alpha(i-1)}{\rightleftarrows}} (i) \underset{\alpha^-(i)}{\overset{\alpha(i)}{\rightleftarrows}} (i+1) \cdots (e-1) \underset{\alpha^-(e-1)}{\overset{\alpha(e-1)}{\rightleftarrows}} (e)$$

relation:
$$\begin{aligned} &\alpha(i)\alpha(i-1) = 0 \\ &\alpha^-(i-1)\alpha^-(i) = 0 \\ &\alpha(i-1)\alpha^-(i-1) = \alpha^-(i)\alpha(i) \qquad (2 \le i \le e-1) \\ &\alpha(e-1)\alpha^-(e-1) = 0 \end{aligned}$$

I :上の relation で生成された path algebra $\mathbb{C}Q$ の両側 ideal
このとき $A = \mathbb{C}Q/I$

[1] や [2] を基に計算すると次の結果を得ることが出来る：

定理．

$$\begin{aligned} \dim\ HH^n(A) &= \dim\ \mathrm{Ext}^n_{A \otimes A^{op}}({}_AA_A, {}_AA_A) \\ &= \begin{cases} e & \text{if } n = 0 \\ 1 & \text{if } 1 \le n \le \mathrm{gl.dim}(A)\ ^2 \\ 0 & \text{if } \mathrm{gl.dim}(A) < n \end{cases} \end{aligned}$$

講演ではこの結果の証明にも触れていきたい.

参考文献

[1] D. Happel, Hochschild cohomology of finite-dimensional algebras, Springer Lecture Notes in Mathematics 1404 (1989),108-126.

[2] K. Erdmann and S. Schroll, Hochschild cohomology of tame Hecke algebras, Arch. Math. (Basel) 94 (2010) 117-127.

[3] Donkin.S, The q-Schur Algebra, LMS Lecture Note Series, vol. 253. Cambridge University Press, Cambridge (1998)

* m13sa30M19@ex.media.osaka-cu.ac.jp

[1] この場合は実は主 block 以外は存在しても simple algebra.

[2] A の大域次元