リボン圏の話

清水健一

リボンホップ代数 (ribbon Hopf algebra) 及びその表現圏として生じるリボン圏 (ribbon category) についての入門的な解説を行う。リボン圏とは、テンソル積・双対性・組みひも構造・捻り同型などの非常に豊かな構造を持った圏であり、量子不変量と呼ばれる結び目や三次元多様体の不変量を取り扱うための圏論的な枠組みである。トポロジーに由来するこれらの概念は、ホップ代数の研究に大きな影響を与えており、代数学若手会セミナーにおいてはその方面の展望を話すべきかとも考えたが、今回は『何故これらの概念が研究されるようになるに至ったか』という聴講者の素朴な疑問に答えることが重要だと考え、リボン圏およびリボンホップ代数の結び目理論への応用について解説を試みたい。

セミナーの前半では、リボン圏における射の図式的計算と呼ばれるテクニックを導入し、リボン圏の対象を与えるごとに枠付き絡み目の不変量を得られるという重要な結果を『納得』し、不変量の計算方法を理解してもらうことを目標とする。後半ではリボンホップ代数を導入し、その既約表現から絡み目の不変量を構成する方法を紹介する。時間があれば、ジョーンズ多項式などの著名な絡み目不変量がこのような一般的な枠組みの中でどう見えるのかについて解説する。