変形 Ariki-Koike algebra と Cyclotomic q-Schur algebra

東京理科大学大学院理工学研究科数学専攻
澤田 伸晴

アブストラクト：
S.Ariki と K.Koike によって導入された Ariki-Koike algebra は、A 型と B 型の Iwahori-Hecke algebra の自然な一般化であり、非常に興味深い。しかしこの algebra の表現論を展開するには直接この algebra 自身だけを調べるよりもむしろ、R.Dipper, G.James, A.Mathas によって導入されたこの algebra から構成される cyclotomic q-Schur algebra(これは Ariki-Koike algebra に対する permutation module の直和上の endomorphism algebra として定義される) を調べるほうが見通しも良く、また他の代数との関連性 (例えば量子群) も相俟って、深い内容を持っていると考えている。
一方 modular 表現を考える上で非常に有効な手段として cellular theory がある。これは J.Graham, G.Lehrer によって導入されたもので、ある algebra が cellular basis を持てば、これによってその係数環が体の時の既約表現の分類が出来るのである。更にその候補を構成するアルゴリズムも与えていて、既約表現をパラメトライズする index set を決定する一般的手法は無いものの (実はここが一番難しいのだが)、この basis 自体が良い性質を持っているため非常に有用であることに変わりは無い。事実、A 型や B 型の Hecke 環の cellular basis は得られていて、この basis を用いて、種々の表現論的考察がなされている。更に、R.Dipper, G.James, A.Mathas により、Ariki-Koike algebra 及び cyclotomic q-Schur algebra の celluler basis も得られ、この basis を用いてこれらの algebra の幾つかの性質が引き出されている。
しかし cyclotomic q-Schur algebra はまだ解からない事も多く、構造も複雑である。そこで私はこのもとになる algebra である Ariki-Koike algebra に非常に良く似た algebra、変形 Ariki-Koike algebra を用いて cyclotomic q-Schur algebra を考える事にした。変形 Ariki-Koike algebra は T.Shoji によって導入されたもので、これは Ariki-Koike algebra に非常に似てはいるものの、その性質はほとんど A 型の Hecke 環であると思って良い。従ってその cyclotomic q-Schur algebra を考えれば、もとのそれの性質は A 型 Hecke 環や Schur algebra を用いてかなりの考察が出来ると期待される。
実際、変形 Ariki-Koike algebra の celluler basis は A 型の場合にならって構成ができる。更に T.Shoji はこの cyclotomic q-Schur algebra の celluler basis を与え、加えて通常の cyclotomic q-Schur algebra の subalgebra で、この algebra へ全射準同型をもつものを構成している。実はこの subalgebra は (係数環の一定の条件のもとで)standardly full-based algebra になることが判る。これは celluler algebra ではないが、J.Du, H.Rui が示した結果を用いて quasi-hereditary 性を導く事ができる。更にこの subalgebra から構成される Weyl module と、元の cyclotomic q-Schur algebra の Weyl module の間にも、非常にきれいな関係があることが示される。